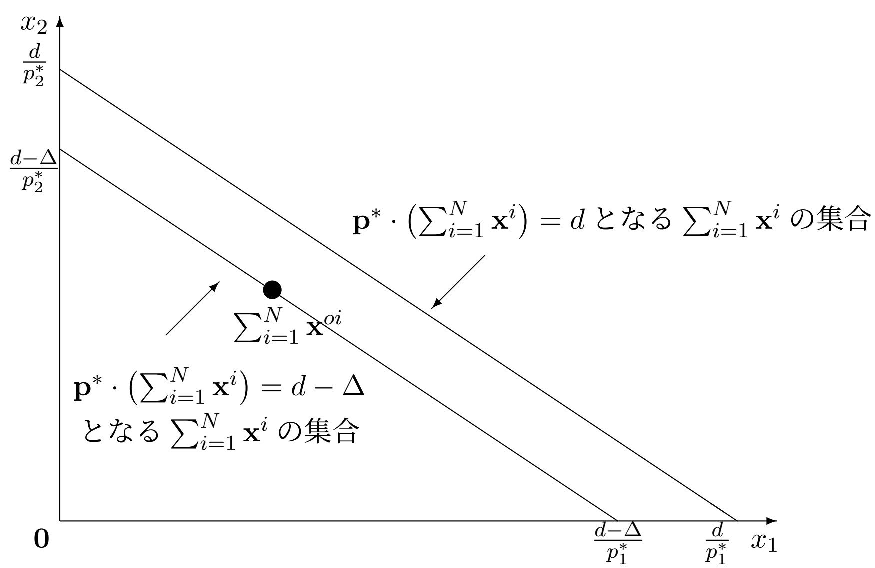
2023年度 ミクロ経済学中級 Ib 第1回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. 授業でやったが、V の定義は、まず各消費者 i について、$\mathbf{x}^{oi}$ より厳密に好まれる消費ベクトルの集合 V^i（upper contour set) を以下で定義して
$$V^i := \{\mathbf{x}^i \in X^i \mid u_i(\mathbf{x}^i) > u_i(\mathbf{x}^{oi})\}$$
これらを足したもの
$$V := V^1 + \cdots + V^N$$
である。集合の足し算の定義より、
$$V = \{\sum_{i=1}^N \mathbf{x}^i \mid \mathbf{x}^i \in V^i, \ \ \forall i = 1, 2, \ldots, N\}$$
ともなる。（わかりにくかったら、$N = 2$ の場合を具体的に書いてみるとよい。V の要素は L 次元ベクトルで、各座標 j は j 財に関する消費者全員の消費量の合計となっている。）
さて、任意の ϵ と任意の i について、$u_i(\mathbf{x}^i(\epsilon)) > u_i(\mathbf{x}^{oi})$ であったから $\mathbf{x}^i(\epsilon) \in V^i$ である。したがってこれらを足した $\sum_{i=1}^N \mathbf{x}^i(\epsilon)$ は $V^1 + \cdots + V^N = V$ に入っている。 $\square$

2. 証明はいろいろあり、以下は図解を含めた「距離」を使うやり方。解析的に総支出額 $\mathbf{p}^* \cdot \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{x}^i(\epsilon)\right)$ が ϵ について連続で $\mathbf{p}^* \cdot \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{x}^{oi}\right)$ に収束することを使ってもよい。

背理法の仮定より $\mathbf{p}^* \cdot \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{x}^{oi}\right) < d$ であるから、当初固定した効率的配分における全員の支払額は価格ベクトル $\mathbf{p}^*$ の下で厳密に d 円より少ないということである。この金額を $d - \Delta$ としておく。（Δ は正の実数。）これに対し全員合計するとぴったり d 円払うような $\sum_{i=1}^N \mathbf{x}^i$ の集合は別に存在するので（例えば $L = 2$ のときは下図)、



$d - \Delta$ 円払う集合と d 円払う集合の間には正の距離 $\alpha > 0$ がある。そこで $\sum_{i=1}^N \mathbf{x}^{oi}$ と $\sum_{i=1}^N \mathbf{x}^i(\epsilon)$ の距離が厳密に α より小さくなる $\epsilon > 0$ を求める。（そのような $\epsilon > 0$ は存在する。計算は人数 N や財の数 L に依存する。）その ϵ を使うと、$\mathbf{p}^* \cdot \left(\sum_{i=1}^N \mathbf{x}^i(\epsilon)\right) < d$ となる。 $\square$