

2021 年度 ミクロ経済学中級Ib 第2回演習

Takako Fujiwara-Greve

問題 インターンと病院のマッチング問題を考える。インターンの中にはカップルが存在し、彼らの選好に外部性があるとすると、安定なマッチングが存在しないことを以下の例で考える。(選好は無差別はないものとする。 \emptyset は相手がいない状態という記号とする。これを含めた上で選好を持つとする。)

インターンの集合を $G_1 = \{s, w, m\}$ とし、 w さんと m 君はカップルであり、 s 君は独身であるとする。病院の集合を $G_2 = \{H_1, H_2\}$ とする。各病院は多くても 1 人だけインターンを受け入れたいとし、その選好は

$$H_1 : m \succ_{H_1} s \succ_{H_1} \emptyset \succ_{H_1} w;$$

$$H_2 : s \succ_{H_2} w \succ_{H_2} \emptyset \succ_{H_2} m$$

であるとする。(つまり実質的には one-to-one matching 問題。)

独身の s 君の選好には外部性はなく、

$$s : H_1 \succ_s H_2 \succ_s \emptyset \text{ とする。}$$

カップルはカップルとしての相手である $(X, Y) \in \{H_1, H_2, \emptyset\}^2$ (第 1 項 X が w さんが行く病院、第 2 項 Y が m 君が行く病院) の上に選好を持ち、

$$(w, m) : (H_2, H_1) \succ_{(w,m)} (\emptyset, \emptyset) \text{ (その他の } (X, Y) \text{ は } (\emptyset, \emptyset) \text{ より下であるとする。)}$$

であるとする。

定義 Matching とは関数 $\mu : G_1 \cup G_2 \cup \{\emptyset\} \rightarrow G_1 \cup G_2 \cup \{\emptyset\}$ で、以下を満たすものである。

- a. for all $i \in G_1$, $\mu(i) \notin G_2 \Rightarrow \mu(i) = \emptyset$;
- b. for all $X \in G_2$, $\mu(X) \notin G_1 \Rightarrow \mu(X) = \emptyset$;
- c. for all $i \in G_1$ and $X \in G_2$, $\mu(i) = X \iff \mu(X) = i$.

定義 Matching μ が 主体 $i \in G_1 \cup G_2$ によってブロックされるとは

$$\emptyset \succ_i \mu(i)$$

が成立することである。¹

この問題のモデルの場合、 (w, m) も「一人の主体」として Matching μ が (w, m) によってブロックされるとは

$$(\emptyset, \emptyset) \succ_{(w,m)} (\mu(w), \mu(m))$$

が成立することとする。

定義 Matching μ が ペア $(i, X) \in G_1 \times G_2$ によってブロックされるとは

$$X \succ_i \mu(i) \text{ and } i \succ_X \mu(X)$$

が成立することである。

ただし、この問題のモデルでは、 $i \in G_1$ が w, m のどちらかである場合は、Matching μ が (w, m) と (H_1, H_2) によってブロックされることをある病院 $X \in G_2$ と残りの $Y \in G_2 \setminus \{X\}$ が存在して

$$(X, Y) \succ_{(w,m)} (\mu(w), \mu(m)), w \succ_X \mu(X), \text{ and } m \succ_Y \mu(Y)$$

が成立することとする。

¹どんな主体にもブロックされないとき、その matching は individually rational であると呼ばれる。

定義 Matching μ が安定であるとは、上の定義のどの形でもブロックされないことである。

上記の例では安定な matching は存在しないことを証明しなさい。