

## 2025 年度 ミクロ経済学初級 II 第 1 回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a)  $p_1 \cdot x_1 + \cdots + p_M \cdot x_M = p_1 \cdot \omega_1 + \cdots + p_M \cdot \omega_M + \theta_1 \cdot \pi_1 + \cdots + \theta_K \cdot \pi_K.$

(b)

$$\mathcal{L} = u(x_1, \dots, x_M) + \lambda \{p_1 \cdot \omega_1 + \cdots + p_M \cdot \omega_M + \theta_1 \cdot \pi_1 + \cdots + \theta_K \cdot \pi_K - (p_1 \cdot x_1 + \cdots + p_M \cdot x_M)\}$$

(c) 一階の条件群は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= MU_1 - \lambda p_1 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= MU_2 - \lambda p_2 = 0 \\ &\dots \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_M} &= MU_M - \lambda p_M = 0 \end{aligned}$$

$\lambda$  を消去すると

$$\lambda = \frac{MU_1}{p_1} = \frac{MU_2}{p_2} = \cdots = \frac{MU_M}{p_M}$$

この条件は財の数が 2 でなくても使えるので覚えておくとよい。

2. (a) 第 1 財を投入して第 2 財を生産している。

(b) 第 1 財の量を  $z_1 = -y_1$  と書き換えておく。利潤を最大にするにはぎりぎりの  $y_2 = 3(z_1)^{\frac{2}{3}}$  で生産することから企業の利潤を  $z_1$  だけの関数にできて

$$\Pi = 1 \cdot y_1 + p \cdot y_2 = -z_1 + p \cdot 3(z_1)^{\frac{2}{3}}.$$

これは  $z_1$  に関して上に凸な関数なので  $z_1$  について微分して

$$\Pi' = 1 - 3p \frac{2}{3} (z_1)^{-\frac{1}{3}} = 0$$

となるところで最大になる。これを解いて、利潤を最大にする第 1 財の量は

$$z_1^* = (2p)^3 = 8p^3.$$

あるいは

$$y_1^* = -8p^3.$$

このどちらでも正解とする。このときの利潤は

$$\Pi^* = -z_1^* + p \cdot 3(z_1^*)^{\frac{2}{3}} = -8p^3 + 3p(8p^3)^{\frac{2}{3}} = -8p^2 + 12p^3 = 4p^3.$$

(c)  $1 \cdot x_1^A + p \cdot x_2^A = 1 \cdot 44 + a \cdot 4p^3.$

(d)  $1 \cdot x_1^B + p \cdot x_2^B = 1 \cdot 44 + (1-a) \cdot 4p^3$ .

(e) さっそく貨幣で測った限界効用均等を使ってみよう。(と言っても、限界代替率イコール価格比でも同じ。)

$$\frac{MU_1^A}{1} = \frac{MU_2^A}{p} \iff (x_2^A)^4 = \frac{(x_1^A) \cdot 4(x_2^A)^3}{p} \iff px_2^A = 4x_1^A.$$

これを (c) の予算制約式に代入して

$$x_1^A + 4x_1^A = 44 + 4ap^3 \Rightarrow x_1^{A*} = \frac{1}{5}(44 + 4ap^3).$$

(ここでは無理に約分しないのがポイント。)

(f) 同様に

$$\frac{MU_1^B}{1} = \frac{MU_2^B}{p} \iff (x_2^B)^4 = \frac{(x_1^B) \cdot 4(x_2^B)^3}{p} \iff px_2^B = 4x_1^B.$$

(d) の予算制約式に代入して

$$x_1^B + 4x_1^B = 44 + 4(1-a)p^3 \Rightarrow x_1^{B*} = \frac{1}{5}\{44 + 4(1-a)p^3\}.$$

(g) 素直に誘導に乗って第1財市場の需給一致を考える。(ワルラス法則により第2財の需給一致は満たされるのでこれだけでよい。興味がある人は第2財市場の需給一致でもやってみるとよい。)

$$\begin{aligned} x_1^{A*} + x_1^{B*} &= \omega_1^A + \omega_1^B + y_1^* \\ \iff \frac{1}{5}(44 + 4ap^3) + \frac{1}{5}\{44 + 4(1-a)p^3\} &= 88 - 8p^3 \\ \iff (44 + 4ap^3) + \{44 + 4(1-a)p^3\} &= 5(88 - 8p^3) \\ \iff 88 + 4p^3 &= 5 \cdot 88 - 40p^3 \\ \iff 44p^3 &= 4 \cdot 88 \\ \Rightarrow p^* &= 2. \end{aligned}$$

(h) 競争均衡における A さんの効用を調べるため、 $p^* = 2$  のときの各財の需要量を求める。

$$x_1^{A*} = \frac{1}{5}(44 + 4a2^3) = \frac{44 + 32a}{5}.$$

$px_2^A = 4x_1^A$  より

$$x_2^{A*} = \frac{4}{2} \cdot \frac{1}{5}(44 + 4a2^3) = \frac{88 + 64a}{5}.$$

$x_1^{A*}$  と  $x_2^{A*}$  を効用関数に代入して、

$$u_A(x_1^{A*}, x_2^{A*}) = \left(\frac{44 + 32a}{5}\right) \cdot \left(\frac{88 + 64a}{5}\right)^4$$

各財の需要量が  $a$  の増加関数であるから、この形の効用も  $a$  の増加関数である。(微分して調べても、もちろんよい。) つまり利潤に対する請求権が高まれば A さんの所得が増え、効用は高まる。このようにモデルのパラメーターの変化に対する均衡やその性質の変化を調べることを比較静学という。