2024年度　ミクロ経済学初級II 第1回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a),(b) の答えをまとめた表が以下。実現可能な配分は9つあり、効率的な配分は2つしかない。
（定義通りだと実現可能性制約は不等号で、財を捨てても実現は可能と言える。ただし効率的な配分を求めるときに消費者の効用関数が単調的なら、捨てると効用が下がるので実現可能性制約を等号にするのである。また、本問の例ではドラえもんの効用関数は単調的ではない。）

ドラえもんのどら焼き	ドラえもんのネズミ	のび太のどら焼き	のび太のネズミ	効率性
0	0	0	0	×
0	0	1	0	×
0	0	0	1	×
0	0	1	1	○
1	0	0	0	×
1	0	0	1	○
0	1	0	0	×
0	1	1	0	×
1	1	0	0	×

2. (a)

$$x_2^1 + x_2^2 = 8 + 4 + y_2;$$
$$y_1 = 2\sqrt{(-y_2)}.$$

(b) 生産者の技術的限界代替率は

$$f_1 = \frac{\partial f}{\partial y_1} = 1$$
$$f_2 = \frac{\partial f}{\partial y_2} = -2 \cdot \frac{1}{2}(-y_2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-1) = (-y_2)^{-\frac{1}{2}}$$

より

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{(-y_2)^{-\frac{1}{2}}} = (-y_2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(-y_2)}.$$

各消費者 i の限界効用は

$$MU_{i1} = \frac{\partial u_i}{\partial y_1} = 4 \cdot \frac{1}{2}\frac{\sqrt{x_2^i}}{\sqrt{y_1}} = 2\frac{\sqrt{x_2^i}}{\sqrt{y_1}}$$
$$MU_{i2} = \frac{\partial u_i}{\partial x_2^i} = 4 \cdot \frac{1}{2}\frac{\sqrt{y_1}}{\sqrt{x_2^i}} = 2\frac{\sqrt{y_1}}{\sqrt{x_2^i}}$$
$$\Rightarrow \frac{MU_{i1}}{MU_{i2}} = \frac{x_2^i}{y_1}.$$

サムエルソン条件は

$$\frac{f_1}{f_2} = \sum_{i=1,2} \frac{MU_{i1}}{MU_{i2}} \iff \sqrt{(-y_2)} = \frac{x_2^1}{y_1} + \frac{x_2^2}{y_1}.$$

(これと数学的に同値ならよい。)

(c) (a) より

$$x_2^1 + x_2^2 = 12 + y_2,\ \sqrt{(-y_2)} = \frac{y_1}{2}(\iff y_2 = -\frac{y_1^2}{4})$$

をサムエルソン条件に代入して

$$\frac{y_1}{2} = \frac{12 + (-\frac{y_1^2}{4})}{y_1} \iff y_1^o = 4.$$

（ただし、ここからは $y_2^o = -4$ まで決まるが、それ以上は決まらない。つまり $x_2^1 + x_2^2 = 8$ であるような任意の配分 $(\{(4, x_2^1), (4, x_2^2)\}, (4, -4))$ が効率的配分である。）

(d) まず企業の利潤最大化問題を解く。技術的限界代替率が価格比に等しいところで利潤が最大になるので（他の方法でもよいが）

$$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{(-y_2)} = \frac{q_1 + q_2}{1}.$$

つまり利潤を最大にする投入量は

$$y_2^* = -(q_1 + q_2)^2$$

生産量は

$$y_1^* = 2\sqrt{(-y_2^*)} = 2(q_1 + q_2)$$

そのときの利潤は

$$\Pi = (q_1 + q_2)y_1^* + 1 \cdot y_2^* = 2(q_1 + q_2)^2 - 1 \cdot (q_1 + q_2)^2 = (q_1 + q_2)^2$$

となる。

消費者 1 さんの予算制約式は

$$q_1 y_1 + 1 \cdot x_2^1 = 1 \cdot \omega_2^1 + \frac{1}{2}\pi = 8 + \frac{(q_1 + q_2)^2}{2}.$$

消費者 2 さんの予算制約式は

$$q_2 y_1 + 1 \cdot x_2^2 = 1 \cdot \omega_2^2 + \frac{1}{2}\pi = 4 + \frac{(q_1 + q_2)^2}{2}.$$

(利潤からの所得を忘れないように。）次に、限界代替率と価格比が等しいときに効用が最大になるので、i さんについては

$$\frac{MU_{i1}}{MU_{i2}} = \frac{x_2^i}{y_1} = q_i \iff q_i y_1 = x_2^i$$

であるから 1 さんの予算制約式に代入すると

$$2x_2^1 = 8 + \frac{(q_1 + q_2)^2}{2} \iff x_2^{*1} = 4 + \frac{(q_1 + q_2)^2}{4}.$$

2 さんも同様に

$$2x_2^2 = 4 + \frac{(q_1+q_2)^2}{2} \iff x_2^{*2} = 2 + \frac{(q_1+q_2)^2}{4}$$

第 2 財市場の需給一致から

$$x_2^{*1} + x_2^{*2} = 6 + \frac{(q_1+q_2)^2}{2} = 12 - (q_1+q_2)^2.$$

したがって

$$(q_1+q_2)^2 = 4.$$

（ここから、$y_1^* = 4$ という効率的生産も行われる。）
1 さんと 2 さんの第 2 財の需要関数から

$$x_2^{*1} = 5,\ x_2^{*2} = 3.$$

予算制約式から、

$$q_1 y_1^* + x_2^{*1} = q_1 \cdot 4 + 5 = 8 + 2 \Rightarrow q_1^* = \frac{5}{4}.$$

$$q_2 y_1^* + x_2^{*2} = q_1 \cdot 4 + 3 = 4 + 2 \Rightarrow q_2^* = \frac{3}{4}.$$