

2019年度 ミクロ経済学初級II 第2回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) 両企業の直面する状況は同じなので、 $i \in \{1, 2\}$ を任意に固定して考える。利潤は

$$\Pi_i(q_i, q_j) = (A - Bq_i - Bq_j - c)q_i - F$$

と書けるので、これは q_i の二次関数で上に凸である。したがって一階の条件で最適反応を求めればよく、

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = A - Bq_j - c - 2Bq_i = 0 \Rightarrow BR_i(q_j) = \frac{A - c}{2B} - \frac{1}{2}q_j.$$

(ここで固定費用は関係なくなっていることに注意。)

$$\begin{cases} q_1 = \frac{A-c}{2B} - \frac{1}{2}q_2 \\ q_2 = \frac{A-c}{2B} - \frac{1}{2}q_1 \end{cases}$$

を連立して解くと、クールノー・ナッシュ均衡の生産量は $(q_1^c, q_2^c) = (\frac{A-c}{3B}, \frac{A-c}{3B})$ となる。あとは代入して、均衡価格は $P(q_1^c, q_2^c) = \frac{A+2c}{3}$ 、各企業の利潤は $\Pi_i = \frac{(A-c)^2}{9B} - F$ for $i = 1, 2$ となる。利潤には固定費用が関わってくる。

- (b) (a) より均衡価格には固定費用は関係ない。したがって F の増加は均衡価格に影響を与えない。しかし、両企業の均衡利潤は減少する。
 (c) 企業2の最適反応は (a) で求めたものと同じである。これを踏まえて企業1は

$$\Pi_1 = \{A - Bq_1 - B(\frac{A-c}{2B} - \frac{1}{2}q_1) - c\}q_1 - F$$

を q_1 を動かして最大化する。これも上に凸の関数なので、一階の条件から

$$\Pi'_1 = Bq_1 - \frac{A-c}{2} = 0 \Rightarrow q_1^s = \frac{A-c}{2B}$$

これを $BR_2(q_1) = \frac{A-c}{2B} - \frac{1}{2}q_1$ に代入して $q_2^s = \frac{A-c}{4B}$ 。均衡価格は $P(q_1^s, q_2^s) = \frac{A+3c}{4}$ 。企業1の利潤は $\Pi_1(q_1^s, q_2^s) = \frac{(A-c)^2}{8B} - F$ 、企業2の利潤は $\Pi_2(q_1^s, q_2^s) = \frac{(A-c)^2}{16B} - F$ となる。

- (d) $B > 0$ より

$$\Pi_1(q_1^s, q_2^s) = \frac{(A-c)^2}{8B} - F > \frac{(A-c)^2}{9B} - F = \Pi_1(q_1^c, q_2^c)$$

となり、企業1の利潤は (c) のときの方が高い。

2. (a) 2変数の制約条件つき最大化である。一つの方法として、 $m = I - p \cdot x$ と置き換えて、 $u(x, m)$ を x のみの関数にして最大化する。

$$u(x, m) = v(x) + (I - p \cdot x)$$

一階の条件は

$$\frac{du}{dx} = v'(x) - p$$

$v''(x) < 0$ よりこれは x の減少関数となり、効用最大化の解は

$$v'(x^*) = p$$

を満たす x^* である。したがって需要関数は $v'(\cdot)$ の逆関数を使って

$$x^*(p) = (v')^{-1}(p)$$

となり、逆需要関数は

$$p(x) = v'(x)$$

つまりこの財からの限界効用そのものとなる。

(b)

$$u(1, I - q) \geq u(0, I) \iff v(1) + I - q \geq v(0) + I \iff q \leq v(1)$$

より q の最大値は $v(1)$ すなわち 1 単位目から得られる効用そのものである。

(c) 同様にして

$$v(x, I - Q) \geq u(0, I) \iff v(x) + I - Q \geq I \iff Q \leq v(x)$$

より Q の最大値は $v(x)$ である。

(d) (a) より $p(z) = v'(z)$ であるから

$$\int_0^x p(z) dz = \int_0^x v'(z) dz = v(x)$$

となり、(c) で求めた Q の最大値と等しい。つまり、逆需要関数の下側の面積は、 x 単位消費するときに払ってもいい最大の金額 (willingness to pay) なのである。

(e) (a) より $x^*(p)$ は所得 I に依存しない。これも $u(x, m) = v(x) + m$ という形の準線形効用関数の特徴である。