

## 2017年度 ミクロ経済学初級II 第1回演習解答

1. (a)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^i} &= MU_{i1} - \lambda p_1 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^i} &= MU_{i2} - \lambda p_2\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^i} &= MU_{i1} - \lambda p_1 = 0 \\ \Rightarrow \lambda &= \frac{MU_{i1}}{p_1} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^i} &= MU_{i2} - \lambda p_2 = 0 \\ \Rightarrow \lambda &= \frac{MU_{i2}}{p_2} \\ \Rightarrow \frac{MU_{i1}}{p_1} &= \frac{MU_{i2}}{p_2} \iff \frac{MU_{i1}}{MU_{i2}} = \frac{p_1}{p_2}.\end{aligned}$$

さて、価格比は全ての消費者に共通であるから、上の等式から、全ての消費者が予算制約の下で効用を最大にしているとき（これは純粋交換経済においては競争均衡であるということ）、全ての消費者の限界代替率が等しいことがわかった。

2. まず、各消費者の需要関数を求める。どんな数学的方法でもよいが、例えば（ $i$ を消費者の名前として）貨幣で測った限界効用均等の法則

$$\frac{MU_{i1}}{p_1} = \frac{MU_{i2}}{p_2}$$

を使ってみよう。これは限界代替率＝価格比と考えてもよい。ラグランジェ乗数から始めても、もちろん同じ式が出てくる。

Aさん：効用最大化の条件は

$$\frac{MU_{A1}}{p_1} = \frac{MU_{A2}}{p_2} \iff \frac{(x_2^A)^2}{p_1} = 2x_1^A \cdot x_2^A.$$

これをAさんの予算制約に代入して（Aさんの効用関数は単調性を満たしている）

$$p_1 \cdot x_1^A + 1 \cdot x_2^A = 3p_1 \cdot x_1^A = 6p_1 \Rightarrow x_1^{*A} = 2, x_2^{*A} = 4p_1.$$

Bさん：

$$\frac{MU_{B1}}{p_1} = \frac{MU_{B2}}{p_2} \iff \frac{2x_1^B \cdot x_2^B}{p_1} = (x_1^B)^2$$

Bさんの予算制約式に代入して

$$p_1 \cdot x_1^B + x_2^B = 3x_2^B = 12 \Rightarrow x_2^{*B} = 4, x_1^{*B} = \frac{8}{p_1}.$$

Cさん :

$$\frac{MU_{C1}}{p_1} = \frac{MU_{C2}}{p_2} \iff \frac{x_2^C}{p_1} = x_1^C.$$

Cさんの予算制約式に代入して

$$p_1 \cdot x_1^C + x_2^C = 2p_1 x_1^C = 2 \Rightarrow x_1^{*C} = \frac{1}{p_1}, x_2^{*C} = 1.$$

第1財市場の需給一致条件は

$$\begin{aligned} x_1^{*A} + x_1^{*B} + x_1^{*C} &= \omega_1^A + \omega_1^B + \omega_1^C = 6 \\ \iff 2 + \frac{8}{p_1} + \frac{1}{p_1} &= 6 \\ \iff p_1 &= \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

(念のため第2財市場もチェックしておくとも  $4p_1 + 4 + 1 = 12 + 2$  が成立している。)

したがって、競争均衡は

$$\left( \{ \mathbf{x}^{*A}, \mathbf{x}^{*B}, \mathbf{x}^{*C} \}, \mathbf{p}^* \right) = \left( \{ (2, 9), \left( \frac{32}{9}, 2 \right), \left( \frac{4}{9}, 1 \right) \}, \left( \frac{9}{4}, 1 \right) \right).$$