

2016年度 ミクロ経済学初級 第3回演習(自宅学習用)

グレーヴァ香子担当クラス

提出しません。次回の講義までに各自でやっておきましょう。

1. 第1財と第2財を投入して、なんらかの財を生産している企業を考える。第1財の価格を1、第2財の価格を8とする。

以下の関数で等量曲線が表されるとき、 y 単位生産するのに費用を最小にする投入量の組み合わせ $(x_1^*(y), x_2^*(y))$ とそのときの総費用 $TC(y)$ を求めなさい。

(a) $y = (x_1)^{1/3} \cdot (x_2)^{1/3}$

(b) $y = \min\{3x_1, 2x_2\}$

(c) $y = x_1 + 10x_2$

2. もう少し一般的に考える。第1財の価格を r_1 、第2財の価格を r_2 とする。(ともに正の実数とする。) 等量曲線は $y = (x_1)^\alpha \cdot (x_2)^\beta$ というコブ・ダグラス型であるとする。 $(\alpha, \beta > 0$ とする。) 以下の手順で、 $\alpha + \beta < 1$ のときにはうまく利潤最大化の生産量が出ることを示そう。

- (a) ラグランジエ関数を

$$\mathcal{L} = r_1x_1 + r_2x_2 + \lambda\{y - (x_1)^\alpha \cdot (x_2)^\beta\}$$

とする。 \mathcal{L} を x_1, x_2, λ で偏微分して0とおいた、一階の条件3つの式を書き、連立して解 $(x_1^*(y), x_2^*(y))$ を求めなさい。

- (b) (a) で求めた $(x_1^*(y), x_2^*(y))$ を使って総費用関数を $TC(y) = r_1 \cdot x_1^*(y) + r_2 \cdot x_2^*(y)$ とする。この企業の生産物の価格を p とすると、利潤は生産量 y のみの関数

$$\Pi(y) = p \cdot y - TC(y)$$

となる。この $\Pi(\cdot)$ が上に凸で、 $\Pi'(0) > 0$ になっていれば、 $\Pi'(y^*) = 0$ となる $y^* > 0$ が存在し、 y^* を生産すると利潤が最大になるわけである。 $\alpha + \beta < 1$ のとき $\Pi(\cdot)$ が上に凸 ($y > 0$ の範囲で $\Pi''(y) < 0$) であることを示しなさい。 $(\Pi'(0) > 0$ は $p > 0$ ならば成立する。)