

2008年度 ミクロ経済学初級I 第2回演習解答

グレーヴァ香子担当クラス

1. (a) ラグランジェ乗数法を試してみる。 $\mathcal{L} = \sqrt{x_1 x_2} + \lambda(6000 - 10x_1 - 5x_2)$ とおいて一階の条件を求めると

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}} - 10\lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= \frac{\sqrt{x_1}}{2\sqrt{x_2}} - 5\lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= 6000 - 10x_1 - 5x_2 = 0.\end{aligned}$$

ゆえに、最初の2つの等式から

$$\lambda = \frac{\sqrt{x_2}}{20\sqrt{x_1}} = \frac{\sqrt{x_1}}{10\sqrt{x_2}}.$$

であるから $x_2 = 2x_1$ となる。これを予算制約式に代入して $10x_1 + 10x_1 = 6000$ より、 $x_1^* = 300$ 。したがって $x_2^* = 600$ 。

- (b) $\mathcal{L} = [2x_1^{1/3} + x_2^{1/3}]^3 + \lambda(6000 - 10x_1 - 5x_2)$ とおいて一階の条件を求めると

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= 3[2x_1^{1/3} + x_2^{1/3}]^2 \times \frac{2}{3}x_1^{-2/3} - 10\lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= 3[2x_1^{1/3} + x_2^{1/3}]^2 \times \frac{1}{3}x_2^{-2/3} - 5\lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= 6000 - 10x_1 - 5x_2 = 0\end{aligned}$$

となる。最初の2本の式から λ を消去して簡単にすると $x_1 = x_2$ となる。これを予算制約式に代入すると $10x_1 + 5x_1 = 6000$ であるから、 $x_1^* = 400 = x_2^*$ 。

2. (a) $\mathcal{L} = x_1^a x_2^b + \lambda(Y - p_1 x_1 - p_2 x_2)$ あるいは、
 $\mathcal{L}' = x_1^a x_2^b - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - Y)$ など

(b)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = ax_1^{a-1} x_2^b - \lambda p_1 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = bx_1^a x_2^{b-1} - \lambda p_2 \tag{2}$$

(c) (1), (2) より

$$\begin{aligned}p_2 x_2 &= \frac{b}{a} p_1 x_1 \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 &= \frac{a+b}{a} p_1 x_1 = Y \Rightarrow x_1^* = \frac{aY}{(a+b)p_1}, x_2^* = \frac{bY}{(a+b)p_2}.\end{aligned}$$