2024 年度　ゲームの理論 a 演習第 1 回（自宅学習用）

Takako Fujiwara-Greve

1. 2 企業 1, 2 がクールノー競争をしている複占市場を考える。両企業は同時に生産量 q_1, q_2 を $[0, \infty)$（非負の実数の集合）の中から選び、ゲームが終わる。2 企業の生産量（戦略）の組み合わせが (q_1, q_2) であるとき、市場価格は $A - b(q_1 + q_2)$ となる。($A > 0,\ b > 0$ とする。）また、企業 $i = 1, 2$ が q_i 単位を生産するのにかかる費用は $c \cdot q_i$ であり、$A > c > 0$ とする。

   企業 $i = 1, 2$ の利得は利潤であるとする。つまり自社の戦略を q_i、相手企業の戦略を q_j とすると利得は
   $$\pi_i(q_i, q_j) = \{A - b(q_i + q_j)\}q_i - c \cdot q_i$$
   であるとする。

   (a) 企業 i の利得関数を平方完成し、$\pi_i(q_i, q_j) = -b(q_i - X + Y \cdot q_j)^2 + Z$ の形にし、X, Y を答えなさい。（しかしこれができなくても以下はできる。また、X は仮定により、Y は明らかに正になる。）

   (b) 任意の $\epsilon > 0$ について、企業 i の戦略 $X + \epsilon$ は戦略 X に厳密に支配されることを証明しなさい。

   (c) (b) が両企業に言えるので、相手も X より大きい数量は選ぶはずがない。このことを踏まえて、任意の $\epsilon > 0$ について、企業 i の戦略 $X - XY - \epsilon$ は戦略 $X - XY$ に厳密に支配されることを証明しなさい。

   (d) このゲームのナッシュ均衡を求めなさい。(A, b, c に戻して書くとベスト。）

2. 以下の双行列表現で表される 2 人標準形ゲームを考える。プレイヤーは P1 と P2、P1 の純戦略は U, M, D、P2 の純戦略は L, R である。

P1 \ P2	L	R
U	5, 1	1, 2
M	0, 1	2, 2
D	−1, 2	6, 1

   (a) 純戦略のナッシュ均衡を全て求めなさい。

   (b) P2 の任意の混合戦略を L の確率 q $(0 \leqq q \leqq 1)$ で表す。このとき、P1 の各純戦略の期待利得の式を書き、それらを q の関数として図示しなさい。

   (c) P2 がどんな混合戦略 q をとっても、P1 にとって純戦略 M は最適反応にならないことを証明しなさい。（できなかったら (b) のグラフから説明しなさい。）

   (d) したがって、混合戦略のナッシュ均衡があるとすれば、P1 は U と D だけに正の確率を付けるはずである。U の確率を p、D の確率を $1 - p$ として、P2 の各純戦略の期待利得の式を書き、それらを p の関数として図示しなさい。

   (e) 混合戦略のナッシュ均衡をすべて求めなさい。