

# 2023年度 ゲームの理論 a 期末試験 (70分)

Takako Fujiwara-Greve

- 答案用紙は縦にめくるように書くこと。ノートのように横にめくってはいけない。
- 以下の全ての問題に答えなさい。解答は問題順でなくてもいいが、どの問題に答えているのかを明確にして書きなさい。分数、小数等にはできる限りわかりやすくしてくれると採点ミスが減る。
- 部分点があるので、導出の過程を必ず書きなさい。途中の論理がまったくなく、解答だけがあるものは(山勘かもしれないので)減点となる。尚、お話はすべてフィクションである。

1. 以下の行列表現で表される2人標準形(戦略形)ゲームを考える。

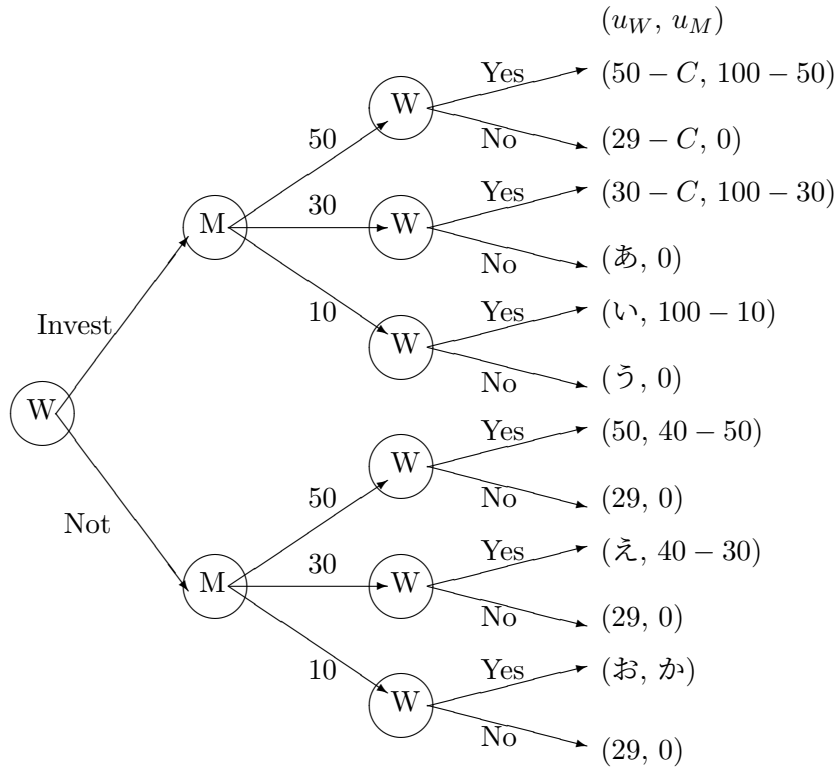
P1 \ P2	L	C	R
U	4, 1	3, 2	0, 3
M	3, 4	2, 5	1, 2
D	0, -2	1, -1	1, 0

- 厳密に支配される戦略の逐次消去によって求められる(純戦略による)「均衡」を全て書きなさい。
- 弱く支配される戦略の逐次消去によって求められる(純戦略による)「均衡」を、どういう順序で消したかを明記して、全て書きなさい。
- 純戦略によるナッシュ均衡を全て書きなさい。
- このゲームを同時ゲームと考え、完全モニタリングで無限回繰り返し、各プレイヤーは $\delta = 0.5$ という割引因子を用いた割引総利得を最大にするゲームを考える。このとき、行動の組み合わせ(M, L)を每期均衡経路で行うような、純戦略による部分ゲーム完全均衡は存在するか? あれば一つ具体的に戦略の組み合わせを書き、それが部分ゲーム完全均衡であることを証明しなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。

2. 労働者(プレイヤー W)と経営者(プレイヤー M)が順番に意思決定する完備完全情報ゲームを考える。最初に労働者が人的投資をコスト  $C$  をかけて行う(Invest)か行わない(Not)かを決める。 $0 < C < 10$  であるとし、投資をしなければコストはない。労働者が投資をしたかどうかを見てから、経営者は報酬の提案を 50, 30, 10 の中から選ぶ。経営者の提案を見てから、労働者がそれを受け入れて働く(Yes)かやめる(No)を選び、ゲームが終わる。

労働者が報酬の提案  $x \in \{50, 30, 10\}$  を受け入れた場合、その数字  $x$  からもしあれば投資コストを引いたものが労働者の利得となる。経営者は労働者が投資をして、提案  $y$  が受け入れられた場合、 $100 - y$  が利得となる。労働者が投資をせず、提案  $y$  が受け入れられた場合  $40 - y$  が経営者の利得となる。労働者が報酬の提案を受け入れずにやめた場合、労働者は報酬 29 をもらえる「外部オプション」を取ると考え、労働者の利得は 29 からもしあれば投資コストを引いたものとなる。労働者がやめたときの経営者の利得は 0 とする。

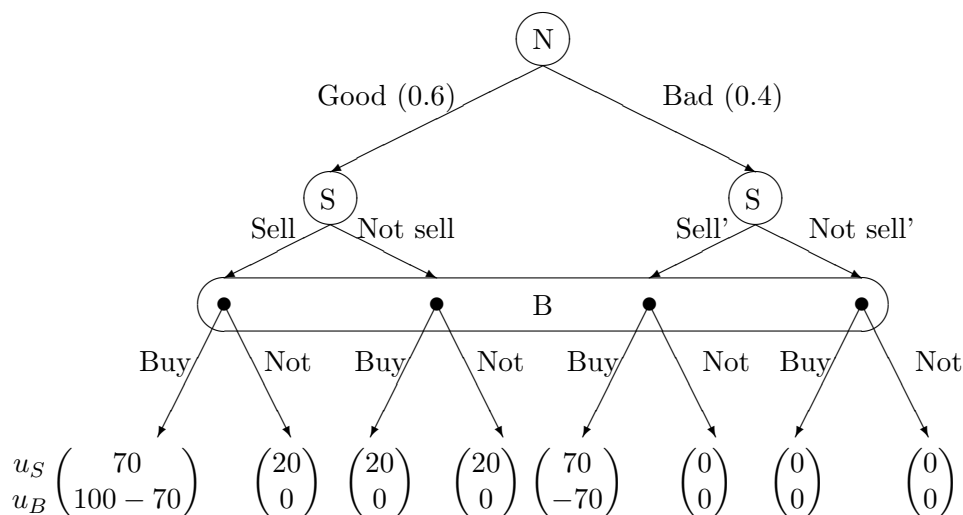
樹形図は以下のようになる。



- (a) 樹形図の利得ベクトルで抜けている部分、あ。。。か、を設定に合うように書きなさい。
- (b) 終点の中で両者の利得の合計を最大にするものを全て見つけ、それらにたどり着く経路を全て書きなさい。
- (c) 純戦略による部分ゲーム完全均衡を全て求めなさい。(注意：戦略の組み合わせで書かないと減点。)

3. ある財の売り手 (プレイヤー S) と買い手 (プレイヤー B) のゲームを考える。この製品の品質は売り手しかわからないので、ベイジアンゲームに変形して、最初に Nature が品質を Good または Bad から選び、売り手だけに知らせるとする。Good の事前確率は 0.6 でこれは共有知識とする。この財の市場価格は 70 である。Good の財が売り手に与える効用は 20、買い手に与える効用は 100 であるとする。Bad の財はどちらのプレイヤーにとっても効用は 0 である。売り手の利得は販売収入または売れないときは財からの効用であり、買い手の利得は、買った場合は財からの効用から価格を引いたものであり、買えなかったら 0 である。

- (a) Nature の選択の後は同時ゲームとし、売り手は Good または Bad に応じて、Sell または Not sell の 2 つの行動から選ぶ。買い手は売り手と同時に Buy または Not の 2 つの行動から選ぶとする。樹形図は以下のようなになる。このゲームの純戦略によるベイジアン・ナッシュ均衡を全て求めなさい。(ヒント：誘導標準形またはタイプ別プレイヤーを使う。)



- (b) 売り手は返金保証を付けることを考えた。新しいゲームでは Nature の選択の後で展開形になり、まず売り手が各タイプに応じて、「万一 Bad だったら着払いで返品してください、お金は全額返します」という保証をつけて売り出す (Warrant) か、保証はつけて売り出す (Sell) か、売らない (Not sell) の3つから選ぶ。売らない場合ゲームは終了し、売り手は (a) と同様のタイプ別の利得、買い手は 0 を得る。売る場合、買い手は、売り手が保証付きで売り出しているか、保証なしで売り出しているかを見ることができ、Good か Bad かは事前にはわからないとする。このときの樹形図は以下のようになる。(Bad, Warrant の後で Buy になると事後的に返金して着払い料金も売り手が負担するので、売り手の利得は  $-1$ 、買い手の利得は買わなかったのと同じとして  $0$  とする。その他の帰結では返金、返品は発生しない。) このとき、Good タイプの売り手が Warrant を、Bad タイプの売り手が Sell' を選ぶような分離戦略の完全ベイジアン均衡は存在するか？あるなら戦略の組み合わせを書き、それが完全ベイジアン均衡であることを証明しなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。(証明や説明がなく、「ある、なし」しか書いていない場合は得点はない。)

