

2023年度 ゲームの理論 a 演習第1回 (自宅学習用)

Takako Fujiwara-Greve

- K-LMS または Box のどちらかに提出できていれば提出とみなします。(白紙同然のものはカウントされません。ちゃんとやりましょう。)
- 院生の人は採点して多少成績に加味します。(K-LMS に提出したものを優先します。) 学部生の人
は出した数をカウントし、C と D の境目のときに使用します。

1. 2人の入札者(Aさん、Bさん)だけがいる美術品オークションを考える。お互い美術愛好家として知り合いなので、以下のゲームは完備情報とする。本日の掘り出し物はAさんにとってもBさんにとっても100(万円)の価値があるが、2人の選べる入札額(戦略)が少し違っている。Aさんは $S_A = \{95, 98, 100\}$ (万円)の中から選び、Bさんは $S_B = \{95, 98, 99\}$ (万円)の中から選ぶ。AさんもBさんも、もしオークションに負ければ利得は0、入札に勝ったら100からそのとき支払った金額を引いたものが利得である。(たとえばAさんが95、Bさんが98を選び、Bさんが勝って98万円を支払って掘り出し物を手に入れた場合、Aさんは負けたので利得は0。Bさんの利得は $100 - 98 = 2$ である。)くじ引きがある場合、利得は期待値とする。

オークションにはいろいろなルールがあるので、ここでは2つのルールでナッシュ均衡を求めてみる。

- (a) (封印第1価格かつAさん優先タイブレーク) このルールでは、2人が同時に自分の戦略の集合 S_i の中から一つの金額を紙に書いて封印し、提出する。提出された金額のうち、より高い金額を書いた人がオークションに勝つ。2人が同じ金額を書いた場合、Aさんが勝つ。勝った人が支払う金額は2人が書いた金額の内高い方の金額(第1価格)である。(同じ金額ならば、もちろんその金額が第1価格となる。)

このルールのときの(双)行列表現の表を書き、純戦略のナッシュ均衡を全て求めなさい。

- (b) (封印第2価格かつくじ引きタイブレーク) このルールでも、2人が同時に自分の戦略の集合 S_i の中から一つの金額を紙に書いて封印し、提出する。提出された金額のうち、より高い金額を書いた人がオークションに勝つ。2人が同じ金額を書いた場合、くじ引きで勝者が決まる。つまりどちらのプレイヤーも $1/2$ の確率で勝つ。勝った人が支払う金額は2人が書いた金額のうち低い方の金額(第2価格)である。(同じ金額ならば、もちろんその金額が第2価格である。)

このルールのときの(双)行列表現の表を書き、純戦略のナッシュ均衡を全て求めなさい。利得は期待値で書くこと。

2. ある国の国民は与党(プレイヤー X)が国民の利益になる政治を行ってほしいと思っている。しかし与党(X)はもちろん自己の利得を最大化している。簡単化のため、与党が取れる政策(戦略)は Good (国民の利益になる政策)、Nothing (無策)、Bad (腐敗して自分の党だけがうれしい政策)の3つであるとする。

- (a) 一党独裁国家だったとする。与党の利得は Good を選ぶと1, Nothing を選ぶと5, Bad を選ぶと10 だとする。与党はどの戦略を選ぶか?

- (b) 第2党(プレイヤー Y)が存在するとする。第2党は Good (国民の利益になる政策) または Bad (腐敗して自分の党だけがうれしい政策) のどちらかしか選べないとする。

2政党の場合、選挙が行われる。2党が同じ戦略を行っていた場合は国民は与党 X を勝たせるとする。異なる戦略を選んでいたら、Good をしていた党は Nothing または Bad をして

いた党に勝ち、Nothing をしていた党は Bad をしていた党に勝つように国民が投票するとする。

選挙に負けた党の利得は0とする。選挙に勝ったら、そのときに自党が選んでいた戦略により利得が決まる。すなわち、Good だったら1, Nothing (これは与党だけ) だったら5, Bad だったら10の利得である。以上をまとめた(双)行列表現が以下になる。

X \ Y	Good	Bad
Good	1, 0	1, 0
Nothing	0, 1	5, 0
Bad	0, 1	10, 0

(完備情報の)同時ゲームとして、ナッシュ均衡を混合戦略の範囲ですべて求めなさい。(どうして他にないかを説明すること。)

(c) (a),(b)の分析からわかることを社会科学的に書きなさい。