

2022年度 ゲームの理論 a 演習第1回 (自宅学習用)

Takako Fujiwara-Greve

1. あるエリアで生息する鳥は、エサのある場所で他の鳥と出会ったときに攻撃的な戦略 (Hawk) または平和的な戦略 (Dove) のどちらかを選ぶという。

2羽が出会ったとき、片方が Hawk、もう一方が Dove を選ぶと、Hawk を選んだ鳥がエサを独り占めすることができ、利得は V 、Dove を選んだ方の利得は 0 とする。両方が Dove を選ぶとエサを分け合うことができ、それぞれが $V/2$ の利得となる。両方が Hawk を選ぶと戦いになって傷つくので、利得が減って $(V - C)/2$ をそれぞれが得るものとする。 ($V, C > 0$ とする。)

- (a) 2人同時ゲームとして (双) 行列表現を書きなさい。プレイヤー名は1と2としてよい。(対称ゲームである。)
- (b) $V > C$ のとき、混合戦略の範囲でナッシュ均衡をすべて求めなさい。
- (c) $V = C$ のとき、混合戦略の範囲でナッシュ均衡をすべて求めなさい。
- (d) $V < C$ のとき、混合戦略の範囲でナッシュ均衡をすべて求めなさい。
2. ベルトラン均衡がナッシュ均衡でもあることを簡単な例で確認しよう。2社だけが生産している複占産業を考え、企業1と企業2とする。各企業の戦略は製品価格 (販売量1単位当たりの価格) で p_1, p_2 と書くことにする。価格は非負の実数なら何でもよいとする。つまり純戦略の集合は $S_1 = S_2 = [0, \infty)$ である。2社の製品は多少差別化されていて、企業1が p_1 円、企業2が p_2 円をつけると、企業1の製品の需要量は

$$D_1(p_1, p_2) = \max\{5 - p_1 + \frac{1}{2}p_2, 0\}$$

企業2の製品の需要量は

$$D_2(p_1, p_2) = \max\{5 - p_2 + \frac{1}{2}p_1, 0\}$$

であるとする。(需要量も非負の実数の範囲を動くということ。) 企業 i ($i = 1, 2$) が q_i 単位生産するのにかかる総費用は $TC_i(q_i) = q_i$ であるとする。(限界費用は一定で1円、固定費用はないということ。) 2社が同時に p_1 と p_2 を選ぶというゲームを考え、利得は利潤であるとする。

- (a) 各企業の利得 (利潤) を両者の戦略の組み合わせ (p_1, p_2) の関数として書きなさい。
- (b) ベルトラン均衡の価格の組み合わせ (p_1^*, p_2^*) を求めなさい。
- (c) ベルトラン均衡の価格の組み合わせ (p_1^*, p_2^*) がナッシュ均衡であることを証明しなさい。