

2020年度 ゲームの理論 a 演習第2回（自宅学習用）

Takako Fujiwara-Greve

- 6月26日（金）10:45 am（日本時間）までに keio.jp の「ゲームの理論 a」の授業支援のページ内のレポートセクションに1つのPDFファイルとして提出してください。手書き答案の写真やスキャンをしてもよいですが、画像でなくPDFで提出してください。Acrobat scan などのアプリを推奨します。

ファイル名は「学籍番号氏名 HW2」としてください。

（例、学籍番号 21001234 の慶應太郎君が提出する場合 21001234TaroKeioHW2.pdf）

- 院生の人は採点して多少成績に加味します。学部生の人は出した数をカウントし、CとDの境目のときに使用します。
- お話は全てフィクションです。

1. 以下の2つの同時ゲームのナッシュ均衡を混合戦略の範囲で全て求めなさい。（全て求めるということは、ナッシュ均衡をリストアップした上で、どうして他の混合戦略の組み合わせはナッシュ均衡にならないのかを書くということ。）

P1 \ P2	X	Y
x	2, 2	0, 0
y	0, 0	0, 0

Game 1 (a)

P1 \ P2	X	Y	Z
x	0, 0	5, 1	1, 2
y	1, 3	4, 4	0, 5
z	3, 3	1, 4	0, 0

Game 1 (b)

2. 下請け部品企業 A と、組み立てて消費財を作る親会社 B の間の展開形ゲームを考える。最初に下請け企業 A が、親会社の仕様に見合った部品だけを作るために工場の機械を一新するような投資を行う（invest という行動とする）か、機械は変えない（not invest という行動とする）かを選ぶ。not invest を選んだ場合、ゲームは終わり、そのときの利得の組み合わせは $(u_A, u_B) = (0, 0)$ であるとする。

企業 A が invest を選んだ場合はコスト -1 がかかる。企業 A が invest を選ぶと、ゲームが続き、親会社 B の手番となる。invest が行われたので組み立てもスムーズになり、消費財の質も上がり、売り上げが 2 となる。親会社 B は、そのうちの $x \in [0, 2]$ を自社が受け取り、残り $2-x$ を部品企業 A が受けとるといふ形の提案を行う。つまり親会社 B は任意の $x \in [0, 2]$ を選び、それぞれの提案について下請け企業 A は Yes または No で答えてゲームが終わる。親会社 B の提案 $x \in [0, 2]$ に対して、下請け企業 A が Yes を選ぶと交渉が妥結して、2社の利得は $(u_A, u_B) = (2-x-1, x)$ となる。（企業 A には投資コスト -1 があることに注意。）企業 A が No を選ぶと交渉は決裂して取引は停止され、企業 A は投資コストだけはすでに払っているので2社の利得は $(u_A, u_B) = (-1, 0)$ となる。

- (a) この完備完全情報の展開形ゲームの樹形図をできる限り明確に描きなさい。（無限個の行動の部分は教科書の図を参考にするとよい。）
- (b) 各プレイヤー A, B の純戦略の集合を（数学的に正確に）書きなさい。
- (c) 後ろ向き帰納法の解となる2社の戦略の組み合わせをできる限り多く求めなさい。
- (d) 話が少し変わって、A が invest を選んだ後に提案できるのも A であるとする。つまり、企業 A が売り上げ 2 の内、親会社 B に $y \in [0, 2]$ を取らせ、自社が $2-y$ をとるといふ提案を行い、親会社 B は各提案 $y \in [0, 2]$ について Yes または No で答えてゲームが終わるとする。下請け A の提案 $y \in [0, 2]$ に対して親会社 B が Yes を選ぶと交渉が妥結して、2社の利得は

$(u_A, u_B) = (2 - y - 1, y)$ となる。親会社 B が No を選ぶと交渉は決裂して、2社の利得は $(u_A, u_B) = (-1, 0)$ となる。

この新しい展開形ゲームにおける後ろ向き帰納法の解となる2社の戦略の組み合わせをできる限り多く求めなさい。

(e) (c) と (d) から経済学的な意義を考えて書きなさい。

3. 問い1の Game 1 (b) の同時ゲームを段階ゲームとした完全モニタリングの無限回繰り返しゲームを考える。各プレイヤーの利得は $\delta \in (0, 1)$ を割引因子とした割引総和とする。

(a) 段階ゲームにおいて実現可能な利得ベクトルの集合を図示しなさい。(横軸を P1 の利得の値とすること。)

(b) なんらかの δ の範囲において、 (y, Y) を每期行うような部分ゲーム完全均衡があるか？あればそのような戦略の組み合わせと δ の範囲を書き、部分ゲーム完全均衡であることを証明しなさい。なければ、どうしてないかを証明しなさい。