

# 2020年度 ゲームの理論 a 演習第1回 (自宅学習用)

Takako Fujiwara-Greve

- お話は全てフィクションです。

以下は全て純戦略のみのゲームとしてよい。

1. 2つの政党 A, B が同時に政策の位置を  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  の9つのポジションから選ぶというゲームを考える。(戦略はこれらのポジションである。例えば緊急対策予算額何兆円とか。)

それぞれのポジションにいる有権者数は以下の表にある通りである。

position	1	2	3	4	5	6	7	8	9
有権者数	2	1	1	0	0	4	2	1	1

各有権者は、自分のポジションに最も近い位置に政策を持つ政党に1票を投じるとする。例えば自分と同じポジションに一つだけ政党がいれば確実にそこに投票する。

ある有権者にとって自分のポジションのすぐ左と右(たとえば有権者が3にいて、政党 A が2、政党 B が4)に政党がいるときは  $1/2$  の確率で両党に投票するとする。

同じポジションに2党がいた場合、そのポジションの有権者は両党に半々の確率で投票し、他のポジションの有権者もどちらの政党とも同じ距離なので、両党に半々の確率で投票する。つまり、全有権者数の半分をもらう。

各政党は(期待)獲得有権者数を利得とする。

- (a) 上のデータにおいて、有権者のポジションの平均値に最も近いポジション(整数)を求めなさい。
  - (b) 有権者のポジションの中央値に最も近いポジション(整数)を求めなさい。
  - (c) 2つの政党が両方とも(a)のポジションを選ぶようなナッシュ均衡はあるか? あればどうして均衡かを証明(説明)しなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。
  - (d) 2つの政党が両方とも(b)のポジションを選ぶようなナッシュ均衡はあるか? あればどうして均衡かを証明(説明)しなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。
2. コロナ危機において、2つの大学 K, W が授業料減免措置を考えている。戦略は減免率で  $S_K = S_W = \{0, 0.1, 0.2\}$  の中から同時に選ぶとする。授業料減免をより大きく行なった大学は受験生から好感されるとする。次年度の受験生のうちどちらか一方しか受けないと決めている人数は2(万人と思ってもいいがゼロが多すぎるので2とする)で、これらの人たちのうち大学  $i = K, W$  に行く人数は、大学  $i$  が戦略  $s_i$ 、ライバル大学  $j (\neq i)$  が戦略  $s_j$  を選んだとき、

$$D_i(s_i, s_j) = \begin{cases} 2 & \text{if } s_i > s_j \\ 1 & \text{if } s_i = s_j \\ 0 & \text{if } s_i < s_j \end{cases}$$

であるとする。

- (a)  $D_i(s_i, s_j)$  が  $i$  大学の利得であるとして、K 大学を行プレイヤー、W 大学を列プレイヤーとして双行列表現を書き、ナッシュ均衡を全て求めなさい。

しかし、大学はどちらも利潤は得られないので、授業料を減免した分は可変費用の部分でコストカットを行わざるを得ない。例えば図書館のebook 契約を切り、新しい本は買わず、TA や非常勤講師などのアルバイトを削減することになる。それにより必要な資料が見られなくなり、一部の授業はなくなり、残った授業でも練習問題や質問受け付けがなくなって試験一発勝負のようなことになるなど、教育サービスが低下するので、良心ある大学の利得が下がる要因となる。

教育サービスは授業料減免率に応じて下がるとし、 $s_i$  という減免率のときの  $i$  大学の教育サービスレベルは  $1 - s_i$  とする。(これは他大学の戦略とは関係ない。)

- (b) 受験者数  $D_i(s_i, s_j)$  に教育サービスのレベル  $(1 - s_i)$  をかけたものを  $i$  大学の利得として、K 大学を行プレイヤー、W 大学を列プレイヤーとして新しい双行列表現を書き、ナッシュ均衡を全て求めなさい。
- (c) ゲーム的状况ではなく、両大学はともに減免しないことが決まっているときの利得の組み合わせは  $(u_K, u_W) = (1, 1)$  であるとする。このとき、(a) のゲームになったときのナッシュ均衡における両大学の利得の組み合わせ (複数あれば全て)、(b) のゲームになったときのナッシュ均衡における両大学の利得の組み合わせ (複数あれば全て) と  $(1, 1)$  を比較し、(a), (b) のゲームの経済学的な意義を考えなさい。