

2019年度 ゲームの理論 a 演習第1回解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) 完成すると以下ようになる。(あるいはその下の表でもよい。)

A \ B	1	2	3	4
1	$\frac{1}{2}(2-1), \frac{1}{2}(3-1)$	0, 3-2	0, 3-3	0, 3-4
2	2-2, 0	$\frac{1}{2}(2-2), \frac{1}{2}(3-2)$	0, 3-3	0, 3-4
3	2-3, 0	2-3, 0	$\frac{1}{2}(2-3), \frac{1}{2}(3-3)$	0, 3-4

- (b) 最適反応に下線をつけると以下ようになる。

A \ B	1	2	3	4
1	$\frac{1}{2}, \underline{1}$	<u>0</u> , <u>1</u>	<u>0</u> , 0	<u>0</u> , -1
2	0, 0	<u>0</u> , $\frac{1}{2}$	<u>0</u> , 0	<u>0</u> , -1
3	-1, <u>0</u>	-1, <u>0</u>	$-\frac{1}{2}$, <u>0</u>	<u>0</u> , -1

ゆえにナッシュ均衡は (1, 1), (1, 2), (2, 2) である。(あるいは、まず厳密に支配される戦略を逐次消去して、Bさんの4を消去、次にAさんの3を消去、その後Bさんの3も消去できる。残った2×2ゲームのナッシュ均衡を求める、でもよい。)

- (c) 売り手の収入が最大になるのは勝った方がなるべく多く払うもの。均衡では最大で2が払われ、それは (1, 2) と (2, 2) 均衡である。(答えが一つとは限らない。) そのときの収入は2である。
- (d) Aさんにとって、戦略3と2は1に弱く支配される。(厳密に支配される戦略を消去しないで、最初のゲームで考える。)

Bさんにとって、戦略1、3は戦略2に弱く支配される。戦略4は戦略2に厳密に支配されるので、もちろん弱く支配される。従って、弱く支配される戦略が含まれないナッシュ均衡は (1, 2) のみ。

2. (a) 新しい行列表現は

A \ B	1	2	3	4
1	2-1, 0	0, 3-2	0, 3-3	0, 3-4
2	2-2, 0	2-2, 0	0, 3-3	0, 3-4
3	2-3, 0	2-3, 0	2-3, 0	0, 3-4

- (b) 今度は厳密に支配される戦略をまず逐次消去してみる。

A \ B	1	2	3	4
1	1, 0	0, 1	0, 0	0, -1
2	0, 0	0, 0	0, 0	0, -1
3	-1, 0	-1, 0	-1, 0	0, -1

からBさんの戦略4を消去して(戦略3に厳密に支配される)

A \ B	1	2	3
1	1, 0	0, 1	0, 0
2	0, 0	0, 0	0, 0
3	-1, 0	-1, 0	-1, 0

するとAさんの戦略3が戦略2に厳密に支配されるので消去できる。

A \ B	1	2	3
1	<u>1</u> , 0	0, <u>1</u>	0, 0
2	0, <u>0</u>	<u>0</u> , <u>0</u>	<u>0</u> , <u>0</u>

残った中で最適反応に下線をつけてある。ゆえにナッシュ均衡は (1, 2), (2, 2), (2, 3) である。

(c) 売り手の収入が最大になるのは (2, 3) 均衡で、そのときの収入は 3 である。

(d) 弱く支配される戦略が含まれないナッシュ均衡は (1, 2) だけである。

3. (a) 行列表現は以下。

A \ B	1	2	3	4
1	$\frac{1}{2}(2-1), \frac{1}{2}(3-1)$	0, 3-1	0, 3-1	0, 3-1
2	2-1, 0	$\frac{1}{2}(2-2), \frac{1}{2}(3-2)$	0, 3-2	0, 3-2
3	2-1, 0	2-2, 0	$\frac{1}{2}(2-3), \frac{1}{2}(3-3)$	0, 3-3

(b) 最適反応に下線をつける。(今度は誰のどの戦略も厳密に支配されていないから、こうするしかない。)

A \ B	1	2	3	4
1	$\frac{1}{2}, 1$	<u>0</u> , <u>2</u>	<u>0</u> , <u>2</u>	<u>0</u> , <u>2</u>
2	<u>1</u> , 0	<u>0</u> , $\frac{1}{2}$	<u>0</u> , <u>1</u>	<u>0</u> , <u>1</u>
3	<u>1</u> , <u>0</u>	<u>0</u> , <u>0</u>	$-\frac{1}{2}, 0$	<u>0</u> , <u>0</u>

ナッシュ均衡は (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4)。

(c) 売り手の収入が最大になるのは (3, 4) 均衡で、そのときの収入は 3 である。

(d) 弱く支配される戦略は多数あり、A さんについては 1 と 3 は 2 に弱く支配されている。B さんについては 1 と 2 は 3 または 4 に弱く支配されている。したがって弱く支配される戦略が含まれないナッシュ均衡は (2, 3) と (2, 4) である。