

## 2016年度 ゲームの理論 a 演習第3回 (自宅学習用)

グレーヴァ香子

- 次回の講義の最初にレポートとして提出して下さい。白紙は出席とはみなしません。
- 院生の人は採点して多少成績に加味します。学部生の人は次回出席としてカウントします。

1. 以下の(双)行列表現で表される2人同時ゲーム  $G$  を考える。

P1 \ P2	a	b	c
A	0, 0	7, 0	5, 2
B	0, 0	6, 6	0, 7
C	2, 5	0, 0	0, 0

- (a)  $G$  の純戦略によるナッシュ均衡を全て求めなさい。
  - (b)  $G$  を行う前に確率的装置(ルーレットなど)を用いることで  $\{A, B, C\} \times \{a, b, c\}$  上の任意の確率分布( $G$  の相関戦略)を行うことができるとする。このときの実現可能な利得ベクトル(2人の利得の組み合わせ)全体を、横軸をP1の利得、縦軸をP2の利得として図示しなさい。
  - (c) 次に  $G$  を2回繰り返す、繰り返しゲーム  $G^2$  を考える。完全モニタリング(1期目が終わったら、2人の選んだ行動が全員に観察される)とし、利得は2期間の利得の和とする。 $G^2$  の各プレイヤーの純戦略の集合をできるかぎり正確に書きなさい。
  - (d) (c) の  $G^2$  において、1期目に  $(B, b)$  を行うような純戦略による部分ゲーム完全均衡はあるか? あれば具体的にその戦略の組み合わせを書きなさい。なければどうしてないかを論理的に説明しなさい。
2. ある財の市場があり、1単位あたり  $p$  円という価格の下では  $D(p) = 10 - p$  の需要があるとする。

- (a) 独占企業 M が供給しているとして、生産費用は  $TC(q) = 2q$  であるとする。独占企業の利潤を最大にするような価格  $p^M$  を求めなさい。
- (b) 独禁法にひっかかって、この独占企業が2企業に分割されてしまった。さらに、同時に価格を選ぶというベルトラン競争をしなければならなくなった。新企業を  $F_1, F_2$  として、それぞれが価格  $p_1, p_2$  を  $[0, \infty)$  の範囲(非負の実数)から選ぶという同時ゲームとする。2社はまったく同じ財を生産しているので、 $F_i$  社の需要は

$$D_i(p_i, p_j) = \begin{cases} 10 - p_i & \text{if } p_i < p_j \\ \frac{1}{2}(10 - p_i) & \text{if } p_i = p_j \\ 0 & \text{if } p_i > p_j \end{cases}$$

とする。また両方の社とも生産費用は  $TC_i(q) = 2q$  であるとする。 $F_i$  社の利得は利潤とし、

$$\pi_i(p_i, p_j) = D_i(p_i, p_j)(p_i - 2)$$

となる。

このとき、両企業が(a)で求めた独占価格を付けるという戦略の組み合わせ  $(p^M, p^M)$  は1回だけ行われるベルトランゲームのナッシュ均衡でないことを証明しなさい。(ヒント: 相手企業が  $p^M$  という価格を付けたとき、自分の最適反応が  $p^M$  でないということを証明すればよい。)

(裏に続く)

- (c) しかし 2 企業は実は繰り返しゲームをしているのである。完全モニタリングで、割引因子  $\delta \in (0, 1)$  で割り引いた総利得を最大にしているとする。このとき、以下のグリム・トリガー戦略を両方の企業が行う組み合わせが部分ゲーム完全均衡になるような  $\delta$  の下限を求めなさい。

第 1 期： $p^M$  を付ける。

第 2 期以降：これまで両企業がずっと  $p^M$  という価格を付けてきたら、今回も  $p^M$ 。1 回でも誰かが他の価格を付けたら、 $p = 2$  をつける。

おまけ：院生の人はこのグリム・トリガー戦略を両方の企業が行う組み合わせが部分ゲーム完全均衡であることを証明しなさい。

- (d) 上記の分析の経済学的意味を考えて書きなさい。