

2015年度 ゲームの理論 a 演習第3回 (20分)

グレーヴァ香子

- 白紙は出席とはみなしません。
- 自分のノートを見てもいいですが、お友達と相談せず、自力でやりましょう。
- 院生の人は採点して多少成績に加味します。

1. 兄 (プレイヤー 1) と弟 (プレイヤー 2) が大きさ 1 のパイの配分について以下のような完全情報の展開形ゲームを行うとする。

まず兄が $x \in [0, 1]$ の実数を提案し、これを観察した後、弟が Yes または No を選択してゲームが終わる。Yes の場合、兄は x の大きさのパイをもらい、弟は $1 - x$ の大きさのパイをもらう。No の場合、けんかになりパイが崩壊し、怒った母によって兄は 0.1、弟は (なぜか) 0.2 の大きさのパイをもらうことがわかっている。

二人とももらうパイの大きさそのものを利得とし、ゲームの構造は共有知識 (すなわち完備情報ゲーム) であるとする。以下はすべて純戦略で考えてよい。

- (a) 各プレイヤーの 純戦略の集合 をできるかぎり正確に書きなさい。
- (b) 兄の各提案 $x \in [0, 1]$ についての関数として、弟の最適戦略を求めなさい。(ヒント: 2 つある。)
- (c) (b) で求めた弟の最適戦略のうち、後ろ向き帰納法の解 (あるいは部分ゲーム完全均衡) が存在するものを明確にし、兄の最適戦略を求め、均衡を書きなさい。
2. 以下の行列表現で表される 2 人同時ゲーム G を考える。

P1 \ P2	a	b	c
A	5, 5	2, 0	0, 7
B	6, 0	3, 4	0, 0
C	0, 0	2, 0	1, 1

- (a) G の純戦略によるナッシュ均衡を全て求めなさい。
- (b) 次に G を 2 回繰り返す、繰り返しゲーム G^2 を考える。完全モニタリング (1 期目が終わったら、2 人の選んだ行動が全員に観察される) とし、利得は 2 期間の利得の和とする。 G^2 の各プレイヤーの 純戦略の集合 をできるかぎり正確に書きなさい。
- (c) 1 期目に (A, a) を行うような純戦略による部分ゲーム完全均衡を求めなさい。また、どうしてその戦略の組み合わせが部分ゲーム完全均衡であるかを定義を使って証明しなさい。