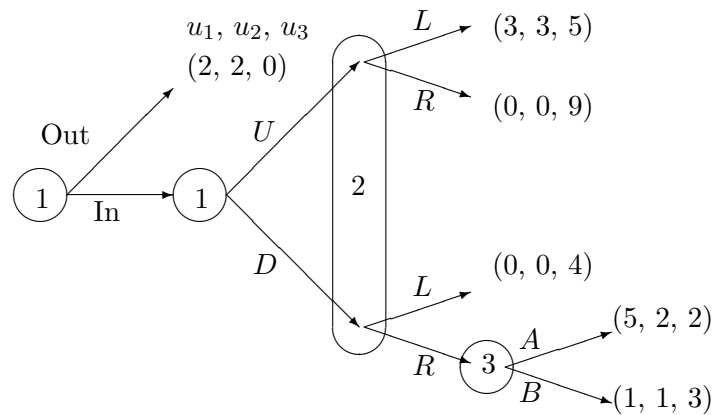


2013年度 ゲームの理論 a 期末試験 (70分)

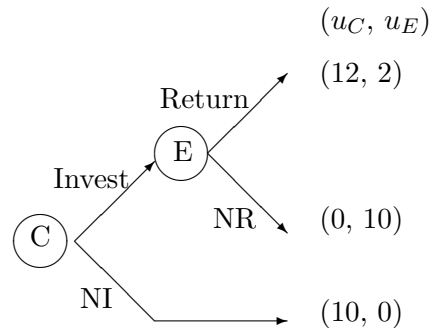
グレーヴァ香子

- 以下の全ての問題に答えなさい。解答は問題順でなくてもいいですが、どの問題に答えているのかを明確にして書いて下さい。
- 途中点があるので、思考の過程を必ず書いて下さい。逆に、途中の論理がまったくなく、解答だけがあるものは(山勘かもしれないので)減点となります。学問(サイエンス)に結果オーライはありません。
- お話はすべてフィクションです。深く考えないように。

1. 以下の完備、不完全情報の3人展開形ゲームの純戦略による部分ゲーム完全均衡を全て求めなさい。



2. 以下の完備、完全情報の2人展開形ゲーム  $\Gamma$  を考える。

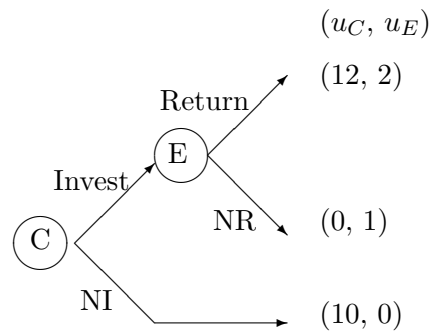


お話としては、Consumer が Entrepreneur に対して 10 万円を Invest するかないか (NI) をまず決める。もし NI を選ぶならそこでゲームは終わり、利得は C が 10、E は 0 である。もし Invest を選ぶなら、次に Entrepreneur の手番になり、10 万円を元手ががんばってビジネスをして C に還元するという行動である Return を選べば C に 12、E に 2 の利得となる。10 万をただ使ってしまう (NR) という行動をすると利得は C は 0、E は 10 となる。

- このゲーム  $\Gamma$  の部分ゲーム完全均衡を全て求めなさい。
- このゲーム  $\Gamma$  の誘導標準形 (の行列表現) を書きなさい。
- (b) の誘導標準形のナッシュ均衡を混合戦略の範囲で全て求めなさい。
- (a) と (c) の均衡を比較し、どうしてそうなったかを論理的に説明しなさい。
- $\Gamma$  を無限回繰り返し、利得は第  $T$  期の利得を  $\delta^{T-1}$  (ただし  $\delta \in (0, 1)$ ) で割り引いて合計したものとする繰り返しゲーム  $\Gamma^\infty(\delta)$  を考える。つまり、每期、同じ C と E で  $\Gamma$  を行い、その期の帰結 (NI, (Invest, Return)、または (Invest, NR)) が分かって、利得をもらってから、次の期にまた同じ  $\Gamma$  をする。。。というゲームである。(であるから、トリビアルに完全モニタリングである。)  $\Gamma^\infty(\delta)$  の部分ゲーム完全均衡として、毎回 (Invest, Return) を行わせるようなグリム・トリガー戦略の組み合わせを考え、それが部分ゲーム完全均衡になるような  $\delta$  の範囲を求めなさい。

(裏に続く)

3. 問い2の  $\Gamma$  ( 1 回のみ ) をまだ考える。新たな状況として、Entrepreneur の利得関数は Consumer には完全にはわからないということを考える。Consumer の予想としては、Entrepreneur の利得関数には2つのタイプがあって、 $\Gamma$  のような利得関数を持っているタイプ1と、10万をただ使ってしまったあまりうれしくなく、むしろ Consumer に還元するのがよいという利得関数を持っている、つまり以下のようなゲームをしているタイプ2がいる可能性がある。



タイプ2とのゲーム

Entrepreneur は自分の真実の利得関数 ( タイプ ) を知っているとする。そこで、まず Nature が Entrepreneur のタイプを選び、それを知らずに Consumer が Invest または NI を選ぶとする。NI が選ばれた場合ゲームはそこで終わる。Invest が選ばれた場合、Nature の選択と Consumer の行動の両方を見たあと、Entrepreneur が Return または NR を選んでゲームが終わるとする。Nature が Entrepreneur のタイプ1を選ぶ確率を  $\frac{1}{2}$  とし、以上の展開形ゲーム  $\tilde{\Gamma}$  は完備情報であるとする。

- (a)  $\tilde{\Gamma}$  の樹形図を出来る限り正確に描きなさい。  
 (b)  $\tilde{\Gamma}$  の純戦略による完全ベイジアン均衡を全て求めなさい。