2013年度　ゲームの理論a 演習第4回 (60分)

グレーヴァ香子

- 定義や計算方法についてノート、教科書等を見てもいいですが、他の人と相談せず、自分で考えましょう。
- 期末試験のCとDの境目の人だけ、出席として加味します。白紙は出席とは見なしません。
- 院生の人は採点して成績に加味します。
- 解答解説は7月初めにウェブにアップします。

1. 以下の段階ゲーム G を2回繰り返す完全モニタリングの繰り返しゲーム G^2 を考える。プレイヤーはP1とP2である。G^2 における利得は段階ゲーム2回分の利得の和とする。

P1 \ P2	a	b
A	2, 2	0, 1
B	1, 0	5, 5

段階ゲーム　G

完全モニタリングの繰り返しゲーム G^2 における純戦略は、第1期 (歴史 $\emptyset$ 後) の行動、歴史 $h_2 \in \{(A,a),(A,b),(B,a),(B,b)\}$ それぞれを見た後の第2期の行動、の5つを決めることである。そこで、純戦略を

$s_i =$ (第1期の行動, (A,a) の後の第2期の行動、(A,b) の後の第2期の行動、(B,a) の後の第2期の行動、(B,b) の後の第2期の行動)

と書くことにする。

以下の戦略の組みは G^2 の部分ゲーム完全均衡であるか。そうなら証明を、そうでないならどうしてそうでないかを論理的に示しなさい。

$$s_1^* = (A,A,B,B,B)$$
$$s_2^* = (a,a,b,b,b)$$

2. 以下の段階ゲームを完全モニタリングで無限回繰り返し、総利得は将来の利得を $\delta \in (0,1)$ で割り引いて足したものとする。

P1 \ P2	L	R
U	2, 2	6, 1
D	1, 6	5, 5

段階ゲーム　G

平均利得の組み合わせとして $(5,5)$ を達成するような grim-trigger 戦略の組み合わせを作り、それが $G^\infty(\delta)$ の部分ゲーム完全均衡であるための δ の下限を求めなさい。

(裏に続く)

3. 不確実性が入った待ち合わせゲームを考える。晴れのときと雨のときでは利得が異なり、以下のようになっているとする。（これらは利得表である。第 1 座標が P1 の利得。）

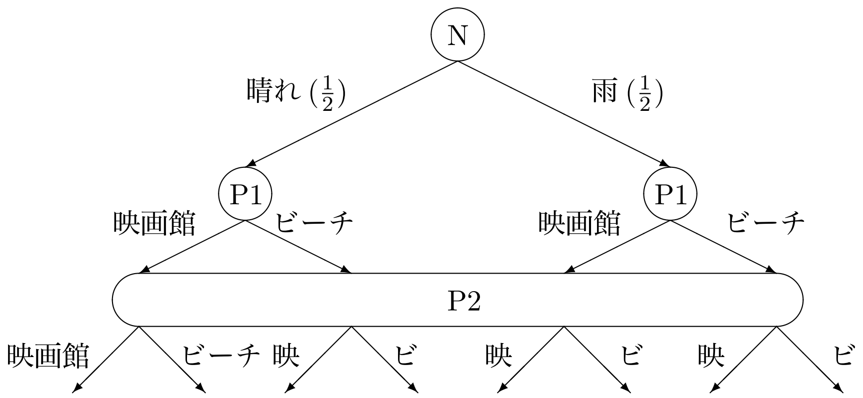
P1 \ P2	映画館	ビーチ
映画館	3, 3	3, 0
ビーチ	0, 0	5, 5

晴れのときの利得表

P1 \ P2	映画館	ビーチ
映画館	3, 3	3, 0
ビーチ	0, 0	1, 1

雨のときの利得表

ゲームは、まず自然が晴れか雨かを確率 $\frac{1}{2}$ で選び、結果を P1 だけが知る。その後、P1 と P2 は同時に映画館かビーチを選んで終わる。これを展開形ゲームとすると以下のような樹形図となる。



(a) この樹形図の利得ベクトルの部分を完成させなさい。

P2 は情報集合がただ一つなので、映画館、ビーチという 2 つの純戦略しかない。

P1 の純戦略は（晴れの時の行動、雨の時の行動）の組み合わせなので 4 つある。それぞれについて、P2 の最適反応を計算して、それに対して P1 も最適反応であれば、ナッシュ均衡である。

(b) P1 の一つの純戦略は（ビーチ、映画館）というものである。（晴れたときがビーチ。）これに対し、P2 の純戦略、映画館とビーチ、それぞれの期待利得を計算し、最適反応（混合戦略まで考えてもいいが考えなくても大丈夫）を求めなさい。

(c) (b) で求めた P2 の最適反応に対し、P1 の純戦略（ビーチ、映画館）は最適反応であることを、他の 3 つの純戦略の期待利得と比べて証明しなさい。

(d) 同様にして、P1 の純戦略（映画館、映画館）と P2 のそれに対する最適反応（純戦略）の組み合わせもナッシュ均衡になることを証明しなさい。