

2013年度 ゲームの理論 a 演習第1回解答

グレーヴァ香子

1. (a) (双) 行列表現は以下の様になる。(むろん対称である。)

P1 \ P2	3	2	1
3	<u>0, 0</u>	0, <u>0</u>	0, <u>0</u>
2	0, 0	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	<u>1, 0</u>
1	<u>0, 0</u>	0, <u>1</u>	<u>1, 1</u>

まず、負けるところを0にする。(3, 3)の戦略の組みのときは $\frac{1}{2}(3-3) = 0$ が各プレイヤーの利得となる。(2, 2)のときは $\frac{1}{2}(3-2) = \frac{1}{2}$ 、(1, 1)のときは $\frac{1}{2}(3-1) = 1$ である。(2, 1)のときは落札した P1 の利得は $3-2 = 1$ となる。逆も同様。

次に、最適反応に下線を引く。したがって、ナッシュ均衡の戦略の組み合わせは (3, 3)、(2, 2)、(1, 1) の3つである。

- (b) 同様にして(ただし支払い金額に注意)

P1 \ P2	3	2	1
3	<u>0, 0</u>	1, <u>0</u>	<u>2, 0</u>
2	0, <u>1</u>	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	<u>2, 0</u>
1	<u>0, 2</u>	0, <u>2</u>	1, 1

対角線のところは第1価格と同じになる。(3, 2)の戦略の組み合わせのときは P1 が落札し、第2価格が2であるから利得は $3-2 = 1$ となる。(3, 1)の組み合わせのときは第2価格が1なので P1 の利得は $3-1 = 2$ となる。(2, 1)のときも P1 の利得は $3-1 = 2$ である。(つまり P1 が書いた金額は、第2位の金額が同じなら関係ないのである。) 逆も同様。

ナッシュ均衡は (3,3), (3,2), (3,1), (2,3), (1,3) の5つある。

2. (a) 第1価格オークションの場合。

P1 \ P2	3	2	1
4	<u>0, 0</u>	0, <u>0</u>	0, <u>0</u>
3	$\frac{1}{2}, \underline{0}$	1, <u>0</u>	1, <u>0</u>
2	0, 0	1, $\frac{1}{2}$	<u>2, 0</u>
1	0, 0	0, <u>1</u>	$\frac{3}{2}, \underline{1}$

ナッシュ均衡は (3,3), (3,2), (2,2) の3つ。

第2価格オークションの場合。

P1 \ P2	3	2	1
4	<u>1, 0</u>	<u>2, 0</u>	<u>3, 0</u>
3	$\frac{1}{2}, \underline{0}$	<u>2, 0</u>	<u>3, 0</u>
2	0, <u>1</u>	1, $\frac{1}{2}$	<u>3, 0</u>
1	0, <u>2</u>	0, <u>2</u>	$\frac{3}{2}, \underline{1}$

ナッシュ均衡は (4,3), (4,2), (4,1), (3,2), (3,1) の5つ。

- (b) 第1価格オークションだと P1 にとって戦略4は戦略3に厳密に支配されている。第2価格だと逆に、戦略3は戦略4に弱く支配されている。
- (c) 第1価格オークションだとくびじきの均衡がある。第2価格ではそのような均衡はない。つまり第2価格オークションの方が効率的。
3. (a) 任意のプレイヤーをとり、他のプレイヤーが全員1を選んでいるときに、他の戦略に変更しても利得が高くないことを示せば良い。
1を選べば平均は1であり、それより自分の数値は厳密に低くないので利得は0である。

0 を選ぶと平均は $9/10$ になり、0 はそれより厳密に低い、結局利得は 0 である。

2 以上の $n(\leq 10)$ を選ぶと平均は $(9+n)/10$ になるが、 n はこれを超えてしまうので利得はやっぱり 0 である。したがって 1 は最適反応 (の一つ) である。□

(b) 同様に、0 を選べば利得は 0、1 以上を選ぶと平均を超えてしまうので、利得は 0。ゆえに 0 は最適反応 (の一つ) である。□

(c) 他の全員が 2 を選んでいる時、一人だけ 1 を選ぶと平均は $(1+18)/10 > 1$ であるから、利得 1 を得る事ができる。2 を選ぶと利得は 0 であるから、2 は最適反応ではない。したがって $(2, 2, \dots, 2)$ はナッシュ均衡ではない。