

2013年度 ゲームの理論 a 演習第1回 (自宅学習用)

グレーヴァ香子

- 解答解説は5月10日(金)の講義で行います。それまでにやっておきましょう。
 - 学部生の方は提出しなくてかまいません。
 - 院生の方はレポートとして5月10日(金)の講義開始時に教卓に提出するか、同日10:30am JSTまでにグレーヴァの研究室のメールボックス(研究室棟受け付けに頼めば入れてくれます)に提出して下さい。採点して成績に加味します。
1. 2人封印オークションを考える。プレイヤーはP1とP2の2人である。ある家が売りに出ており、二人ともこの家を買いたいと思っている。二人は同時に金額を封筒に入れて提出し、書いた金額の高い方がこの家を落札する。二人が同じ金額を書いた場合はくじ引きで、 $1/2$ の確率でそれぞれが落札する。
- 家を手にいれたときの効用は二人は同じで3(単位1千万円)とする。ゲームからの利得は、落札者になった場合、家の効用から払った金額(これは自分が書いた金額とは限らない—そこがポイントで下の設問をよく読むこと)を引いたものとする。落札者にならなかったときは0とする。くじ引きになった場合は、期待値を考え、家の効用から支払った金額を引いたものに $1/2$ をかけたものとする。(残りの確率で利得が0になるからである。)
- 簡単化のため、二人が書ける金額(戦略)は1, 2, 3(単位1千万円)のどれかであるとする。このとき、落札者の支払い金額について以下の異なるルールによるゲームの(双)行列表現を書き、ナッシュ均衡¹を全て求めなさい。
- (a) 第1価格オークション：落札者の支払う金額は、本人が書いた金額(即ち提出された中で最も高い金額)とする。
 - (b) 第2価格オークション：落札者の支払う金額は、提出された中で2番目に高い金額とする。ただし、2人とも同じ金額を書いた場合、その金額が2番目に高い金額とされる。
2. 1のゲームで、P1の家からの効用を4(単位1千万円)、P2の効用を3にして、二人の戦略の集合は $S_1 = \{1, 2, 3, 4\}$ 、 $S_2 = \{1, 2, 3\}$ とする。その他は同じとして、以下の設問に答えなさい。
- (a) 第1価格オークション、第2価格オークションのナッシュ均衡を全て求めなさい。
 - (b) それぞれのオークションルールにおいて、P1の戦略4と戦略3の間の支配関係を調べなさい。(厳密な支配関係と、弱い支配関係の両方を調べなさい。)
 - (c) それぞれのオークションルールにおいて、効用の高いP1が確率1で落札しない(負けるかくじびきになる)均衡はあるか?(P1の方が効用が高いため、P1が消費するのが効率的なのである。)
3. 10人のプレイヤーがいる。各プレイヤーは同時に0から10までの整数のうち一つを選んでゲームは終わる。各プレイヤーの利得は、選ばれた10個の整数の平均値より、自分の選んだ整数が厳密に小さければ、自分の選んだ数値となり、平均値と同じかそれより大きかったら0であるとする。以下を証明しなさい。
- (a) 全員が1を選ぶ(1, 1, ..., 1)という戦略の組み合わせはナッシュ均衡である。
 - (b) 全員が0を選ぶ(0, 0, ..., 0)という戦略の組み合わせはナッシュ均衡である。
 - (c) 全員が2を選ぶ(2, 2, ..., 2)という戦略の組み合わせはナッシュ均衡でない。

¹ (混合戦略を知っている人は) まだ授業では混合戦略をやっていないので、純戦略の範囲で求めればよい。