

## 2012年度 ゲームの理論 a 演習第2回解答

グレーヴァ香子

1. 誘導標準形は以下のようになる。利得は左からプレイヤー1、プレイヤー2のものとする。

1\2	Fight	Not
Out	1, 4	1, 4
In	0, 0	2, 2

2. 純戦略も混合戦略の一部なので、混合戦略の範囲で各プレイヤーの最適反応対応の交点を求めれば全てのナッシュ均衡を一挙に求めることができる。

プレイヤー1の最適反応対応を求める：プレイヤー2の混合戦略として、Fight を確率  $q$  で行うというものを考える ( $0 \leq q \leq 1$ )。これに対するプレイヤー1の純戦略の期待利得は

$$\begin{aligned} Eu_1(\text{Out}, q) &= 1 \\ Eu_1(\text{In}, q) &= 2(1 - q) \end{aligned}$$

であるから（プレイヤー1の混合戦略の期待利得はこれらの中間、数学的には凸結合、である）、

$$BR_1(q) = \begin{cases} \{\text{Out}\} & \text{if } q > \frac{1}{2} \\ \Delta\{\text{Out}, \text{In}\} & \text{if } q = \frac{1}{2} \\ \{\text{In}\} & \text{if } q < \frac{1}{2} \end{cases}$$

である。

プレイヤー2の最適反応対応を求める：プレイヤー1が Out を確率  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ) で行うという混合戦略に対するプレイヤー2の各純戦略の期待利得は

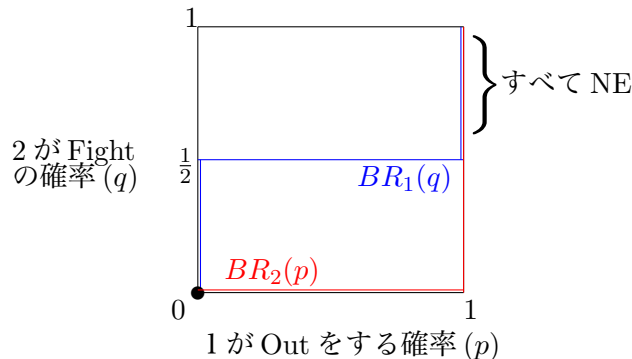
$$\begin{aligned} Eu_2(p, \text{Fight}) &= 4p \\ Eu_2(p, \text{Not}) &= 4p + 2(1 - p) \end{aligned}$$

であるから  $p = 1$  以外の場合、Notの方が期待利得が高い。つまり、

$$BR_2(p) = \begin{cases} \Delta\{\text{Fight}, \text{Not}\} & \text{if } p = 1 \\ \{\text{Not}\} & \text{if } p < 1 \end{cases}$$

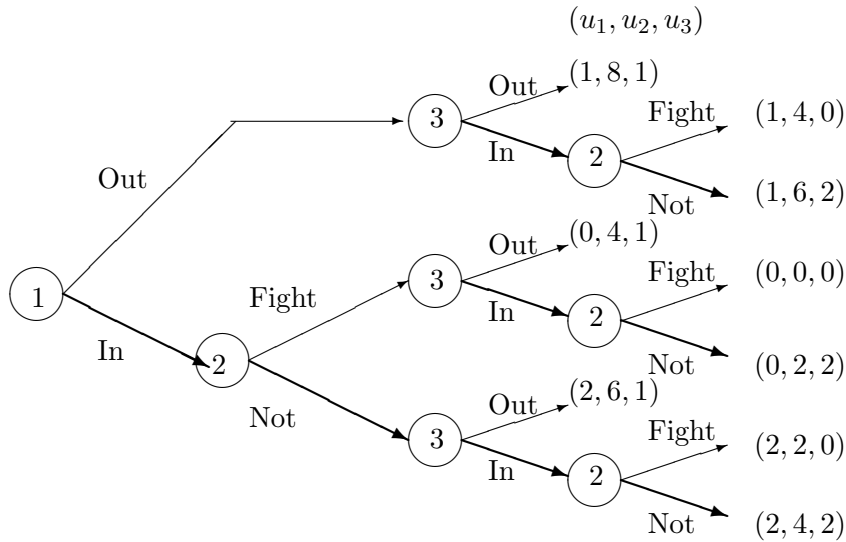
である。

これらを図示すると交点が求められる。



したがってこのゲームには無限個のナッシュ均衡があり、(In, Not) および 集合  $\{(\text{Out}, q) ; \frac{1}{2} \leq q \leq 1\}$  に属する戦略の組み、というものである。（プレイヤー1が Out を選ぶと、プレイヤー2はすべての混合戦略が最適反応であるが、均衡となるのはそのうちプレイヤー1が Out を選ぶのが最適になっているようなものだけである。）

3. このゲームは Selten のチェーンストア・ゲームの簡略版である。利得ベクトルを完成させると以下のようになる。



後ろ向きに解くと、2回目のプレイヤー2は全ての情報集合（ここでは一点から成る）において Not を選ぶのが合理的である。これを予想して、プレイヤー3は、全ての情報集合で In を選ぶのが合理的である。

1回目の最後の意思決定者であるプレイヤー2を考える。今回どちらの行動を選んでも、次回は (In, Not) になることは変わらない。つまり次回だけで得られる利得は同じである。従って今回の利得を最大にすることを考えるので、Not を選ぶのが最適である。

最初に戻って、プレイヤー1はプレイヤー2が Not を選ぶことを予想できるので In を選ぶのが合理的。

まとめると、後ろ向き帰納法の解は  $(s_1, s_2, s_3)$  の形で書くと（さらに、プレイヤー2の戦略は（1回目の情報集合、2回目の情報集合を上から順に3つに対応して行動を決めたもの）、プレイヤー3の戦略は（情報集合を上から順に3つに対応して行動を決めたもの）、として書くと）、

$(\text{In}, (\text{Not}, \text{Not}, \text{Not}, \text{Not}), (\text{In}, \text{In}, \text{In}))$

である。

注意：均衡経路だけ、 $(\text{In}, \text{Not}, \text{In}, \text{Not})$  などと書いても戦略の組み合わせではない。経路外の行動が決まっているからこそ、均衡と証明できるのであるから、各プレイヤーのすべての情報集合で行動を決めておかなくてはならない。