2011年度　ゲームの理論a 演習第3回 (45分)

グレーヴァ香子

- 授業内演習後に院生による解答解説を行います。解答は後日ウェブにも掲載されます。白紙は出席とはみなしません。
- ノート、教科書等の教材は見てもいいですが、他人と相談しながらやらないで下さい。自分の勉強になりません。
- 院生の人は採点し、成績に加味します。解答は問題の順でなくてもかまいませんが、どの問題に答えているのかを明記して下さい。
- 授業でやった例と似ていないからできない！などど考えず、じっくり問題を読んで、均衡概念を正しく使う、ということに集中してやりましょう。

1. A君とB君が1の大きさのアイスクリームをどう分けるかで、２回に限って交互に提案して交渉する問題を考える。

   まずA君が $[0,1]$ 区間内の実数のどれかを提案する。この割合でアイスを自分に下さいという意味とする。B君はこれに対し Yes か No で答えるしかない。Yes と答えたらゲームは終わり、A君の利得は $x_A \in [0,1]$ を提案して受け入れられた場合、x_A そのもの、B君の利得は $1 - x_A$ である。

   B君が No と答えたら、第２回目の交渉に入るが、時間が経っているのでアイスの大きさが $\delta \in (0,1)$ になっているとする。第２回目はB君が先手となり、A君の取り分として $[0,1]$ の中の実数のどれかを提案する。これに対して、A君が Yes または No で答える。Yes と答えたらゲームは終わり、A君の利得は、B君の提案が y_A である場合、δy_A となる。B君の利得は $\delta(1-y_A)$ である。（つまり、１回目のA君の提案はチャラになっている。）

   ここでA君が No と答えたら、にらみあいになる。この間アイスは δ^2 の大きさにまで縮んでいる。にらみ合いが続くと調停が行われ $(\alpha, 1-\alpha)$ の割合でA君とB君に分けるということになっている。従って、２回で合意できなかったときのA君の利得は $\delta^2\alpha$、B君の利得は $\delta^2(1-\alpha)$ であることはわかっているとする。

   この展開形ゲームは完備、完全情報であるとして、後ろ向きの帰納法の解を求めなさい。二人の戦略（A君の場合、１回目の提案 x_A、２回目の<u>条件付き Yes, No</u>、B君の場合、１回目の<u>条件付き Yes, No</u>、２回目の提案 y_A）を正確に書くこと。<u>B君の２回目の提案は歴史に依存しなくてよいのがポイント</u>。

   ヒント：とりあえず図を描いてみよう。各プレイヤーの最適な行動は α に依存する。

2. 以下の２人同時ゲーム G を無限回繰り返し、割引因子 $\delta \in (0,1)$ で割り引いた総利得を最大にする繰り返しゲームを考える。完全モニタリングとする。x は3より大きいパラメターと考える。

P1 \ P2	A	B
A	3, 3	0, x
B	x, 0	1, 1

   第１期および、歴史が (A,A) だけからなっているときにAを行い、そうでなければBを行う、というグリム・トリガー戦略[1]を二人ともする、という組み合わせが繰り返しゲーム $G^\infty(\delta)$ の部分ゲーム完全均衡になるための δ の下限を求めなさい。（ヒント：x に依存する。）

3. 授業でやった、以下の２つの利得関数の可能性がある中古車取引の不完備情報の同時ゲームで価格 $p = 60$ のときを考える。

   優良中古車 (0.7)

P1\P2	Trade	Not
Trade	$80-p, p$	0, 50
Not	0, 50	0, 50

   事故車 (0.3)

P1\P2	Trade'	Not'
Trade	$40-p, p$	0, 0
Not	0, 0	0, 0

   このときの純戦略によるベイジアン・ナッシュ均衡を全て求めなさい。（求め方は、事前の期待利得最大化でもいいし、P2のタイプ別の３人ゲームでもよい。）

[1] 講義で説明するのを忘れたが、「トリガー戦略」とは何かのきっかけ（引き金、トリガー）で行動を変えるということから来た名称である。「グリム」が付くのは、一回行動を変えると二度と元にもどらない、厳しいもの (grim) だからである。