2009年度　ゲームの理論a　期末試験解答

グレーヴァ香子

1. (a) 最適反応に下線をつけると以下のようになる。従って、純戦略によるナッシュ均衡はただ一つあって、それは (U, R, B)。

P1\P2	L	R
U	$\underline{2}$, 2, 1	0, $\underline{4}$, $\underline{0}$
D	0, $\underline{4}$, $\underline{0}$	$\underline{3}$, 3, $\underline{3}$

P3: A

P1\P2	L	R
U	$\underline{2}$, 2, $\underline{2}$	$\underline{4}$, $\underline{3}$, $\underline{0}$
D	0, $\underline{3}$, $\underline{0}$	2, 2, 2

B

(b) $S_1 = \{U, M, D\}$ は簡単。２の純戦略はそれぞれの情報集合での行動をセットにしたもの。書き方はいろいろあるが、例えば $S_2 = \{(ad), (ae), (bd), (be), (cd), (ce)\}$。

(c) ステップ１：c。
ステップ２：これを reduced normal form と言う。

P1 \ P2	(cd)	(ce)
U	$\underline{2}$, $\underline{4}$	2, $\underline{4}$
M	1, $\underline{5}$	0, 0
D	0, 0	$\underline{3}$, $\underline{3}$

ステップ３：最適反応に下線をつけると上記のようになり、ナッシュ均衡は $(U, (cd))$ と $(D, (ce))$ の二つであり、これらが部分ゲーム完全均衡である。

2. (a) $p_A = p_B = 9$, $\Pi_A(9, 9) = \Pi_B(9, 9) = 128$

(b) $\Pi_i(13, 13) = 144$

(c) $\Pi_A(p_A, 13) = (38 - 2p_A)(p_A - 1)$ を微分して、$p_A = 10$ が最適。このときの利潤は 162

(d) $\frac{144}{1-\delta} \geqq 162 + \delta\frac{128}{1-\delta} \iff \delta \geqq \frac{18}{34} = \frac{9}{17}$

3. (a) 二人とも知らないので、それぞれ純戦略は A,B しかない。利得を期待値で求めると以下のようなベイジアンゲームの行列表現が書ける。

P1 \ P2	A	B
A	2, 2	2, 0
B	0, 2	2, 2

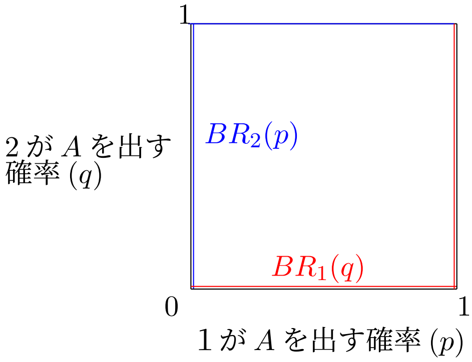
(b) ２が A をする確率を q とすると、１の純戦略の期待利得は $Eu_1(A, q) = 2$, $Eu_1(B, q) = (1-q)2$ となる。従って、最適反応は

$$BR_1(q) = \begin{cases} \{A\} & \text{if } q > 0 \\ \Delta\{A, B\} & \text{if } q = 0 \end{cases}$$

同様にして１が A をする確率を p とすると

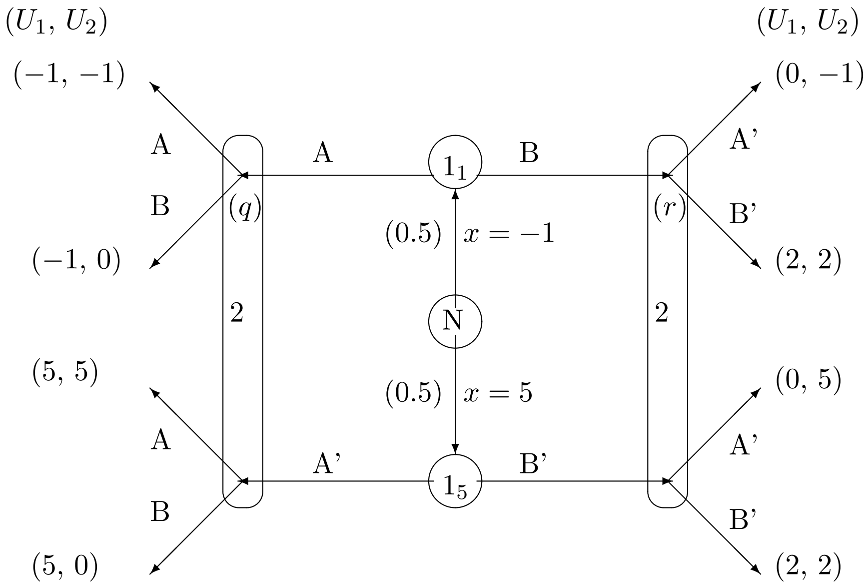
$$BR_2(p) = \begin{cases} \{A\} & \text{if } p > 0 \\ \Delta\{A, B\} & \text{if } p = 0 \end{cases}$$

これらを図示すると、



従って、ナッシュ均衡は混合戦略をすべて含めても、(A, A) と (B, B) しかない。

(c) 以下のような『蟹さんの樹形図』になる。タイプは上下逆でもよい。



(d) P1 の pooling strategy は (A,A') か (B,B') である。(A,A') を考えると、$x = -1$ を知っているタイプは、左の情報集合で P2 がどんな行動をしようとも -1 の利得を得るが、B に変えれば、最低でも 0 がもらえるので、このような pooling strategy は均衡にならない。

同様に (B,B') を考えると、$x = 5$ を知っているタイプは、右の情報集合で P2 がどんな行動をしようとも、A' を選んだ方が利得が増えるので、このような pooling strategy は均衡にならない。

したがって、このゲームに pooling equilibrium は存在しない。