

2005年度ゲームの理論 前期末試験（70分）

グレーヴァ 担当

以下のすべての問題に答えなさい。解答は問題の順でなくてもいいが、どの問題に答えているのかを明記すること。分数は無理に小数にしなくてもよい。

途中点があるので、解答までたどり着かなくても思考の過程を書くこと。

1. (40点) 女優AさんとBさんが、映画祭のパーティに着ていく服について悩んでいる。今のトレンドではCブランドかDブランドのドレスがよいであろう。でもライバル女優と同じブランドのドレスを着るのはしゃくである。プライドがあるから、とうてい相手に電話して聞くことはできず、同時ゲームとなる。二人の純戦略はそれぞれCブランドまたはDブランドの二つである。同じブランドを選んでしまったら二人の利得はともに0とする。異なるブランドを選んだ場合、それぞれの好みにより利得が多少ちがう。AさんがCブランド、BさんがDブランドのドレスを選んだ場合、Aさんの利得は3、Bさんの利得は1。AさんがDブランド、BさんがCブランドのドレスを選んだ場合、Aさんの利得は1、Bさんの利得は4であるとする。

(a) このゲームの行列表現を書き、混合戦略、純戦略のナッシュ均衡を全て求めなさい。(少なくとも純戦略の均衡は求めよう！)

Aさんはこのパーティに参加しないという選択肢もあることに気づいた。(Bさんは、既に参加することが確定しているとする。) 彼女が参加するかしないかをまず決め、彼女が参加した場合のみ上記の同時ゲームが起こるという展開形ゲームを考えよう。Aさんが参加しなかった場合、ゲームは終わり、二人の利得はともに2であるとする。Aさんが参加した場合、その後は上記の同時ゲームになり、利得も上記と同じとする。

(b) 展開形ゲームにおける二人の純戦略をすべて書き出さなさい。

(c) 展開形ゲームの純戦略の部分ゲーム完全均衡を全て求めなさい。

2. (40点) 今日はゲーム理論のテストの前日である。学生はまったく準備していなかった。時間がないので山をかけるしかない。講義の前半にやまをかけるか、後半にかけるかを選ぶことにした。学生の純戦略をこれに合わせて、『前』と『後』とする。ゲーム理論の先生は、学生がちゃんとできてくれればうれしいタイプ(F)とそうでないタイプ(G)の二通りの可能性があるが、学生にわかっているのは、Fタイプである確率が0.4であるということだけである。(学生がそう思っていることは、先生も知っているとする。) 先生の純戦略は『前半重視の問題を出す』と『後半重視の問題を出す』の二つだとする。先生のタイプに応じたゲームの利得は以下である。

Fタイプのケース

先生 \ 学生	前	後
前	3, 3	0, -1
後	0, -1	3, 3

Gタイプのケース

先生 \ 学生	前	後
前	0, 3	0, -1
後	2, -1	2, 3

(a) この不完備情報ゲームをベイジアンゲームと考え、先生の純戦略を全て書きなさい。

(b) 純戦略のベイジアンナッシュ均衡を全て求めなさい。

3. (20点) 経営者と労働者の問題を考える。まず、労働者が仕事で努力するかどうかを選ぶ。事業の利益は労働者の努力に依存して決まり、労働者が努力すると10、努力しないと1(単位10万円)であるとする。努力すると労働者は3の不効用を感じる。

次に、事業の利益が決まった時点で、経営者はそのうち x の割合 (x は 0 以上 1 以下の実数) を要求し、労働者はこれに対して Yes または No で答えるという交渉を行う。利得の組み合わせは以下のように決まる。

労働者が努力し、経営者が x の割合を要求した場合。労働者が Yes と言えば、二人の利得の組み合わせは $(10x, 10(1-x) - 3)$ (第一項が経営者の利得、第 2 項が労働者の利得、以下同じ。) 労働者が No と言った場合、二人の利得は $(0, -3)$ 。

労働者が努力しなくて、経営者が y の割合を要求した場合。労働者が Yes と言えば、二人の利得の組み合わせは $(y, 1 - y)$ 。労働者が No と言った場合、二人の利得は $(0, 0)$ 。

ゲームは完全情報とする。この展開形ゲームの純戦略による部分ゲーム完全均衡を求めなさい。(途中点があるので、後ろから解いて、わかった分を書いておくこと。)