

2004 年度 ゲームの理論 学年末試験 (50 分)

担当：グレーヴァ香子

持ち込み条件：A4 サイズの紙 1 枚のみ持ち込み可。表裏ともに何を書いてもいいが、切り貼りしたものは不可。

以下の問い全てに答えなさい。途中点があるので、解答までたどり着かなくても思考の過程を書いておくこと。解答は問題の順番でなくてもよいが、どの問題に答えているのかを明確にすること。分数は、既約分数や小数に直さなくてもよい。

1. (1) 3 人戦略形ゲームを考える。

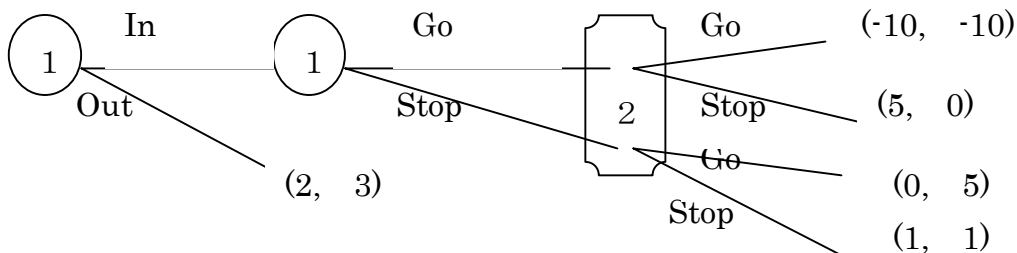
プレイヤーの集合 = {1, 2, 3}。プレイヤー 1 の純戦略の集合 = {U, D}。プレイヤー 2 の純戦略の集合 = {L, R}。プレイヤー 3 の純戦略の集合 = {A, B}。 利得は以下の行列表現で左からプレイヤー 1、2、3 の利得とする。

		3 が A を選んだとき	
		L	R
U		3, 3, 6	1, 5, 2
D		1, 6, 0	9, 7, 1

		B を選んだとき	
		L	R
U		0, 2, 1	2, 3, 5
D		5, 0, 3	1, 4, 2

このゲームの (純戦略、混合戦略の) ナッシュ均衡を全て求めなさい。また、効率的な純戦略の組を全て求めなさい。

(2) 以下の展開形で表される 2 人ゲームを考える。



このゲームの純戦略による部分ゲーム完全均衡を全て求めなさい。また、この展開形を戦略形（標準形）の行列表現にして、純戦略によるナッシュ均衡も全て求めなさい。

2. 2つの会社、X,Yが同じ財を生産しているとする。X社の供給量を x 、Y社の供給量を y とすると、市場価格は $1800-x-y$ で決まるとする。両企業は任意の非負の実数の供給量を戦略として選べるとする。両企業は売り上げ（価格×供給量）を利得とし、同時に供給量を決定する。

(1) Y社の供給量 y を所与としたときのX社の最適反応（利得を最大にする供給量）を求めなさい。

(2) X社の $\min\max$ 値を求めなさい。（ヒント：(1)を使う。）

(3) このゲームを1回だけ行うときの、ナッシュ均衡を求めなさい。そのときの各企業の利得も求めなさい。

(4) 2社の利得の和を最大にするような純戦略の組を全て求めなさい。（集合の形でよい。）

(5) (4)のうち、両企業が同量供給するものを (q^*, q^*) とする。上のゲームを無限回繰り返し、毎期の利得を割引因子 δ で割り引いて足したものを利得とする繰り返しゲームを考える。以下のトリガー（切り替え）戦略が部分ゲーム完全均衡になるような δ の範囲を求めなさい。

第1期：各社とも q^* を供給する。

2期以降：過去、両社とも q^* をずっと供給していたら、また q^* を供給する。そうでなかったら(3)のナッシュ均衡をプレイする。

（ヒント：每期 u 円の利潤をずっと得るとすると、繰り返しゲーム全体の利得は $u/(1-\delta)$ である。）

(6) 1回ゲームに戻る。今度は、X社はY社の利得関数をはっきりとは知らず、売り上げ最大化をしているか、または利潤最大化をしていることだけを知っているとする。Y社の限界費用は供給量に関わらず一定で30、固定費用は0であることは共有知識であるとする。Y社の利得が利潤である確率を $1/3$ とする。X社の利得が売り上げであることは共有知識であるとする。この不完備情報ゲームをベイジアンゲームとして考え、純戦略のベイジアンナッシュ均衡を求めなさい。