国民所得論講義ノート

伊藤幹夫

平成10年 1月 7日

Chapter 11

実景気循環理論

11.1　入門 :経済変動に関するいくつかの事実

経済変動の解明はマクロ経済学の大きな課題であるが、実際の経済変動を観察する限り、キチン波、ジュグラー波などの循環の結合によって変動を説明するという接近は採られなくなりつつある。それは、現実経済の観察によれば、経済変動は周期、振幅ともにこれといった規則性を持たないように見えるためである。

そこで、最近ではさまざまな外生的なショックの可能性を考え、それが波及する経済メカニズムを明らかにするという接近が多く採られる。

産出の変動が対応する支出項目の変動に、どのように影響するかはバラツキがはげしい。産出量の動きはしばしば、上下非対称である。

変動のパターンに、構造的な変化があったとも考えられるという研究もある。(C.Romar)

11.2　変動理論

経済変動モデルはワルラス理論を基礎に構築できるかを考えてみよう。ラムゼイ ・モデルはある意味でワルラス理論を基礎にしているといってよい。ここでは、外生的なショック、特に生産性ショックを考慮したラムゼイ ・モデルを考える。 (最近では、政府支出をショックと考える) そこで、考える外生的ショックは実物的であるため、理論は実景気循環理論とよばれる。

ラムゼイモデルとの違いは、外生的ショックの存在ばかりでなく、労働供給が消費量と関連した形でなされると想定される点である。

しかし、これまでの研究では実景気循環理論も実際の経済変動と整合的であるとはいえないという考えを持つ経済学者が多い。名目価格の調整の失敗が実物面の変動に影響があると考える経済学者もいることに注意し、別の章でそうした考えを扱う。

11.3　実景気循環モデルの枠組み

ここでは、実景気循環理論の定性的な性質を明らかにするために、生産関数を特定化した離散的枠組みを考える。

経済は、多数の同一の競争的家計と競争的生産者からなるとする。それらは元々のラムゼイ・モデル同様、無限に生きる。生産関数は

$$Y_t = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \tag{11.1}$$

とする。ここで、K_t, L_t, A_tはそれぞれ、資本、労働、生産性を表わす。

産出Y_tは消費（C）と投資（I）と政府支出（G）に振り向けられる。また、資本の一定額分（δK）が減価償却に充てられる。

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= K_t + I_t - \delta K_t \\ &= K_t + Y_t - C_t - G_t - \delta K_t \end{aligned} \tag{11.2}$$

が均衡で成り立つ。[1]

生産者の利潤最大化により、賃金率、利潤率はそれぞれ労働用役、資本用役の限界生産力に等しくなる。

$$\begin{aligned} w_t &= (1-\alpha)K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{-\alpha} A_t \\ &= (1-\alpha)\left(\frac{K_t}{A_t L_t}\right)^{\alpha} A_t \end{aligned} \tag{11.3}$$

$$r_t = \alpha\left(\frac{A_t L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha} - \delta \tag{11.4}$$

以上が生産者の主体均衡条件である。

次に代表的家計は次の最大化を行なう

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t, 1-\ell_t)\frac{N_t}{H} \tag{11.5}$$

ここで$u(\cdot)$は各時点効用、N_t, Hはそれぞれ、人口と家計の数である。よって上の効用は平均的な効用と意味を持つ。なお、$c = C/N, \ell = L/N$である。[2]

また人口は

$$N_t = e^{\bar{N}+nt}, \quad n < \rho \tag{11.6}$$

という関係に従って増加するとしよう。

以下では各時点効用関数を、次のような対数線形型に特定化する。

$$u_t = \ln c_t + b\ln(1-\ell_t), \quad b > 0. \tag{11.7}$$

[1] この枠組みでリカード等価性が成立することに注意せよ。

[2] 離散モデルで割引率が指数関数で表わされているが、対数線形モデルでは問題とならない。実際$\rho' = e^{\rho} - 1$とすると、$e^{-\rho t} = 1/(1+\rho')^t$となる。

最後に生産性は次のような式にしたがって動くとする。

$$\ln A_t = \bar{A} + gt + \tilde{A}_t. \tag{11.8}$$

ここで、$\tilde{A}$は外生的なショックで

$$\tilde{A}_t = \rho_A \tilde{A}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}, \quad -1 < \rho_A \leq 1 \tag{11.9}$$

という一階の移動平均過程に従うと考える。もちろん$\varepsilon_{A,t}$は平均ゼロの白色雑音である。

政府支出に関しても、生産性ショックと同様の仮定をおく。

$$\ln G_t = \bar{G} + (n+g)t + \tilde{G}_t. \tag{11.10}$$

ここで、$\tilde{G}$は外生的なショックで

$$\tilde{G}_t = \rho_G \tilde{G}_{t-1} + \varepsilon_{G,t}, \quad -1 < \rho_G \leq 1 \tag{11.11}$$

という一階の移動平均過程に従うと考える。ここでも$\varepsilon_{G,t}$は平均ゼロの白色雑音である。また、

$$cov(\varepsilon_{A,t}, \varepsilon_{G,t}) = 0$$

とする。[3]

11.4 家計の行動

元々のラムゼイ・モデルと異なるのは、生産ショックが導入されていることと、余暇と消費の代替を許す点である。

11.4.1 労働供給の異時点間代替

今、一人の消費者が1期のみ生存する場合を考えよう。目的関数は$\ln c + b\ln(1-\ell)$で予算制約は$c = w\ell$である。ラグランジュ関数

$$\mathcal{L} = \ln c + b\ln(1-\ell) + \lambda(w\ell - c) \tag{11.12}$$

を作って、一階条件を求めると

$$\frac{1}{c} - \lambda = 0 \tag{11.13}$$

$$-\frac{b}{1-\ell} - \lambda w = 0 \tag{11.14}$$

[3]政府支出の平均成長率がgでなくて$(n+g)$になっているのは、政府支出が一人あたりでなく総額で示されているためである。もし、このようにしないと政府支出はどんどん小さくなってしまう。

を得る。予算制約条件と(11.13) と(11.14) から

$$-\frac{b}{1-\ell}-\frac{1}{\ell}=0 \tag{11.15}$$

を得る。これには賃金率が現れない。このことは労働供給が賃金率から独立であることを示す。

1 期の問題で労働供給が賃金率から独立でも、多期間でそうとは限らない。これを 2 期間モデルが考えてみよう。

$$c_1+\frac{1}{1+r}c_2=w_1\ell_1+\frac{1}{1+r}w_2\ell_2, \tag{11.16}$$

が予算制約となる。ここでrは実質利子率。ラグランジュアンは

$$\mathcal{L}=\ln c_1+b\ln(1-\ell_1)+e^{-\rho}[\ln c_2+b\ln(1-\ell_2)]+\lambda\left[w_1\ell_1+\frac{1}{1+r}w_2\ell_2-c_1-\frac{1}{1+r}c_2\right] \tag{11.17}$$

である。一階条件は

$$\frac{b}{1-\ell_1}=\lambda w_1, \tag{11.18}$$

$$\frac{e^{-\rho}b}{1-\ell_2}=\frac{1}{1+r}\lambda w_2 \tag{11.19}$$

となる。これら二つの式からλを消去して

$$\frac{e^{-\rho}b}{1-\ell_2}\frac{1+r}{w_2}=\frac{b}{1-\ell_1}\frac{1}{2w_1} \tag{11.20}$$

あるいは

$$\frac{1-\ell_1}{1-\ell_2}=\frac{1}{e^{\rho}(1+r)}\frac{w_2}{w_1} \tag{11.21}$$

を得る。これは、 2 期の相対的労働供給量が 2 期の相対賃金率に依存するという含意を持つ。ここでの特定化の下では代替の弾力性は 1 になっている。さらに労働の異時点間の代替に利子率が関係することも上式は示している。

11.4.2 不確実性下の家計の最適化

生産性ショックの導入は、家計の最適化に不確実性が入り込むことを意味する。

t期の家計を考える。一人あたりの消費がΔcだけ今期減少したとき、次期にどれだけ増加するかを均衡で考え異時点間の限界条件を、不確実性下で求めることにしよう。現時点の効用関数の特定化においてt時点の一人あたり限界効用は

$$e^{\rho t}\frac{N_t}{H}\frac{1}{c_t}$$

であるから

$$e^{\rho t}\frac{N_t}{H}\frac{\delta c}{c_t}$$

が限界費用と考えてよい。次に、次期にかけて人口がe^n倍増加するすることを考慮すると、一人あたりの消費量の増加は

$$e^{-n}(1+r_{t+1})\Delta c$$

で表わされる。一人あたりの限界効用を計算すると

$$e^{-\rho(t+1)}\frac{N_{t+1}}{H}\frac{1}{c_{t+1}}$$

であり、時点tにおける次期の期待限界効用は

$$E_t\left[e^{-\rho(t+1)}\frac{N_{t+1}}{H}\frac{1}{c_{t+1}}e^{-n}(1+r_{t+1})\right]\delta c$$

となりこれが限界便益と考えられるから、均衡においては限界費用と限界便益が等しくなっているはずだから、

$$e^{\rho t}\frac{N_t}{H}\frac{\delta c}{c_t}=E_t\left[e^{-\rho(t+1)}\frac{N_{t+1}}{H}\frac{1}{c_{t+1}}e^{-n}(1+r_t)\right]\Delta c \tag{11.22}$$

を得る。これと$N_{t+1}=e^nN_t$より

$$\frac{1}{c_t}=e^{-\rho}E_t\left[\frac{1}{c_{t+1}}(1+r_{t+1})\right] \tag{11.23}$$

が得られる。これをさらに書き換えると

$$\frac{1}{c_t}=e^{-\rho}\left(E_t\left[\frac{1}{c_{t+1}}\right]E_t[1+r_{t+1}]+Cov\left(\frac{1}{c_{t+1}},(1+r_{t+1})\right)\right) \tag{11.24}$$

となる。ここで注目すべきは、不確実性を導入した結果、実質利子率と次期消費の間に統計的に正の相関があるか負の相関があるかで、今期の消費が増減の符号や大きさが影響を受けるということを意味する。

11.4.3　消費と労働供給の間のトレードオフ

ここでは同時点の消費と労働供給の関係を、前節と同様に考えて求める。労働の限界不効用に関しての均衡式から一人あたり$\Delta\ell$労働を増加したときの限界効用は

$$e^{-\rho t}\frac{N_t}{H}\frac{b}{1-\ell_t}\Delta\ell$$

であり、そのときの消費増による限界効用は

$$e^{-\rho t}\frac{N_t}{H}\frac{1}{c_t}w_t\Delta\ell$$

であるから、限界効用と限界便益が等しいから

$$e^{-\rho t}\frac{N_t}{H}\frac{b}{1-\ell_t}\Delta\ell = e--\rho t\frac{N_t}{H}\frac{1}{c_t}w_t\Delta\ell \tag{11.25}$$

さらに整理して、

$$\frac{c_t}{1-\ell_t} = \frac{w_t}{b} \tag{11.26}$$

を得る。つまり同時点の関係には不確実性の影響が入り込まないことがわかる。

11.5 特殊なモデル

これまで提示したモデルを解析的に解くことはできない。そこで、単純化したものを考える。

11.5.1 仮定の単純化

単純化のために、政府部門を無視しかつ、減価償却率 100 パーセントという、極端な仮定を設ける。これにより、(11.10)(11.11) はなくなり、(11.2)(11.4) は

$$K_{t+1} = Y_t - C_t, \tag{11.27}$$

$$1 + r_t = \alpha\left(\frac{A_t L_t}{K_t}\right)^{1-\alpha}, \tag{11.28}$$

となる

11.5.2 モデルの解法

ここでは競争均衡を計算する。[4]
最初に (11.23) を

$$s_t = 1 - \frac{c_t N_t}{Y_t}$$

で s_tを定義した上で変形して、

$$-\ln\left[(1-s_t)\frac{Y_t}{N_t}\right] = -\rho + \ln E_t\left[\frac{1+r_{t+1}}{(1-s_t)\frac{Y_{t+1}}{N_{t+1}}}\right] \tag{11.29}$$

[4]他にパレート最適を計算することによっても均衡値を計算することができる。

コブ=ダグラス生産関数を仮定しているから、

$$1 + r_{t+1} = \alpha \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}}$$

となることと、減価償却率が100パーセントであることを使うと、(11.29)は

$$\begin{aligned} -\ln(1-s_t) &= \ln Y_t + \ln N_t \\ &= -\rho + \ln E_t \left[\frac{\alpha Y_{t+1}}{K_{t+1}(1-s_{t+1})\frac{Y_{t+1}}{N_{t+1}}} \right] \qquad (11.30) \\ &= -\rho + \ln E_t \left[\frac{\alpha N_{t+1}}{s_t(1-s_{t+1})Y_t} \right] \\ &= -\rho + \ln \alpha + \ln N_t + n - \ln s_t - \ln Y_t + \ln E_t \left[\frac{1}{1-s_{t+1}} \right] \qquad (11.31) \end{aligned}$$

最後の等式は、時点tにおいて、幾つかの変数が既知として扱えることを使った。(11.30)は、さらにまとめて、

$$\ln s_t - \ln(1-s_t) = -\rho + n + \ln \alpha + \ln E_t \left[\frac{1}{1-s_{t+1}} \right] \qquad (11.32)$$

となるが、これに関する定常解を求めることができる$s_t = \hat{s} =$ 定数 とおくと、s_{t+1}は不確実でなくなる。具体的には

$$\ln s - \ln(1-s) = -\rho + n + \ln \alpha + \ln \frac{1}{1-s}$$

の解として

$$\ln \hat{s} = \ln \alpha + n - \rho \qquad (11.33)$$

あるいは

$$\hat{s} = \alpha e^{n-\rho} \qquad (11.34)$$

と表現される。これが、定常解である。[5]

一方もう一つの均衡条件、(11.26)について、定常貯蓄率を用いて書き換え、さらに対数化すると

$$\ln \left[(1-\hat{s}) \frac{Y_t}{N_t} \right] - \ln(1-\ell_t) = \ln w_t - \ln b \qquad (11.35)$$

が得られる。再びコブ=ダグラス生産関数の仮定を用いると、企業の均衡条件は対数化できて

$$\ln w_t = \ln(1-\alpha) + \ln Y_t - \ln \ell_t - \ln N_t$$

[5] (11.32)の式変形で、$-\ln(1-s) = \ln \frac{1}{1-s}$に注意せよ。

となるが、これを(11.35)に代入すると

$$\begin{aligned}\ln(1-\hat{s}) &+ \ln Y_t - \ln N_t - \ln(1-\ell_t) \\ &= \ln(1-\alpha) + \ln Y_t - \ln \ell_t - N_t - \ln b \end{aligned} \tag{11.36}$$

これを整理して、

$$\ln \ell_t - \ln(1-\ell_t) = \ln(1-\alpha) - \ln(1-\hat{s}) - \ln b \tag{11.37}$$

が得られるから、最終的に

$$\ell_t = \frac{1-\alpha}{(1-\alpha) + b(1-\hat{s})} \equiv \hat{\ell} \tag{11.38}$$

が求まる。

注意 **37** ℓも定数になることに注意しよう。異時点間代替がこの場合相殺されていることに注意しよう。

11.5.3 議論

実景気循環理論は実体的なショック (生産性の変動) などが産出量を動かすという理論である。市場の失敗もないので、体系は外生変動に対して最適でありつづけるまま反応するのみである。[6]

産出量の動きは、資本ストックと技術ショックの動きに依存する。ふたたび、コブ=ダグラス生産関数の特定化から、対数変換により

$$\ln Y_t = \alpha K_t + (1-\alpha)(\ln A_t + \ln L_t) \tag{11.39}$$

となる。今、定常状態における貯蓄率と労働供給がわかっていて、

$$K_t = \hat{s} Y_{t-1}, \quad L_t = \hat{\ell}$$

であることを使って

$$\begin{aligned}\ln Y_t &= \alpha \ln \hat{s} + \alpha \ln Y_{t-1} + (1-\alpha)(\ln A_t + \ln \hat{\ell} + L_t) \\ &= \alpha \ln \hat{s} + \alpha \ln Y_{t-1} + (1-\alpha)(\bar{A} + gt) + (1-\alpha)\tilde{A}_t \\ &\quad + (1-\alpha)(\ln \hat{\ell} + \bar{N} + nt) \end{aligned} \tag{11.40}$$

ここで、

$$A_t = \bar{A} + gt + \tilde{A}_t, \quad N_t = \bar{N} + nt$$

ということを使った。

ここで、仮に$\tilde{A}_t = 0$とした経路を考える。これは、

[6] こうした観点はルーカスの均衡景気循環理論と同じであることに注意せよ。

$$\ln Y_t = \alpha \ln \hat{s} + \alpha \ln Y_{t-1} + (1-\alpha)(\bar{A} + gt) + (1-\alpha)(\ln \hat{\ell} + \bar{N} + nt)$$

という$\ln Y_t$に関する線形非同次差分方程式であるから、簡単に解ける。[7]その解を$\ln \bar{Y}_t$として$\tilde{y}_t \equiv \ln Y_t - \ln \bar{Y}_t$とすると、$(11.40)$は、

$$\tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + (1-\alpha)\tilde{A}_t \tag{11.41}$$

となる。さらに１期ずらした関係から

$$\tilde{A}_{t-1} = \frac{1}{1-\alpha}(\tilde{y}_{t-1} - \tilde{y}_{t-2}) \tag{11.42}$$

を得る。一方、生産性ショックは(11.9)という２次のAR過程にしたがっていたから、(11.41), (11.42),(11.9)においてを$\tilde{A}_t, \tilde{A}_{t-1}$消去できる。

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_t &= \alpha \tilde{Y}_{t-1} + (1-\alpha)(\rho_A \tilde{A}_{t-1} + \varepsilon_{A,t}) \\ &= \alpha \tilde{Y}_{t-1} + \rho_A(\tilde{Y}_{t-1} - \alpha \tilde{Y}_{t-2}) + (1-\alpha)\varepsilon_{A,t} \\ &= (\alpha + \rho_A)\tilde{Y}_{t-1} - \alpha\rho_A \tilde{Y}_{t-2} + (1-\alpha)\varepsilon_{A,t} \end{aligned} \tag{11.43}$$

結局、ショックがないとしたときからの均衡経路からの乖離 (の対数変換値) の動きは、二次のAR過程で表わされる。

注意 **38** なお、技術ショックに持続性がある場合、$\rho_A = 1$と考えられるから、上の過程は

$$\tilde{y}_t = (\alpha + 1)\tilde{y}_{t-1} - \alpha \tilde{y}_{t-2} + (1-\alpha)\varepsilon_{A,t}$$

となる。これを差分$\Delta \tilde{Y}_t$を使って書き換えると

$$\Delta \tilde{Y}_t = \alpha \Delta \tilde{Y}_{t-1} + (1-\alpha)\varepsilon_{A,t}$$

という単位根を含む非定常過程となり、生産性ショックの産出量の変動に対する効果は減衰せず持続する。

以上単純化したモデルを扱ったが、減価償却や効用関数・生産関数の設定などから労働供給が非弾力的になり、事実上異時点間代替が本質的な働きをしないモデルとなっている。これは、実ショックが異時点間代替を通じて産出量の無視し得ない変動をもたらすという、実景気循環理論本来のシナリオとはずれている。

[7]この方程式の解がどうなるかは、今重要ではない。

11.6 一般的なモデル

11.6.1 概観

11.6.2 均整成長経路のまわりでのモデルの対数線形化

11.6.3 同時点 1 階条件

11.6.4 異時点 1 階条件

11.7 含意

11.7.1 技術シ ョックの効果

11.7.2 政府支出の変化の効果

11.7.3 実証研究への応用 :産出量変動の持続性

11.7.4 ネルソン＝プロ ッサー ・テスト

11.7.5 キ ャンベル＝マンキ ュー ・テスト

11.7.6 議論

11.8 実証研究への応用 (続)

11.8.1 実景気循環モデルのカリブレーシ ョン

11.8.2 大不況における生産性の動き

11.9 実景気循環理論の拡張と限界

11.9.1 拡張

11.9.2 異論

11.9.3 収束