

## 98年度経済数学II 期末レポート課題

伊藤幹夫

1998年12月20日

以下の演習課題は最初のものを除いて、講義ノートの演習課題から抜粋したものである。三つを選択して、レポートとして提出せよ。

課題 1 消費に外部性がある場合の社会的厚生を最大化を考える。第1個人、第2個人の効用関数をそれぞれ

$$u_1(Y_1, Y_2) = Y_1 - Y_2^2, \quad u_2(Y_1, Y_2) = Y_2 - Y_1^2$$

とする。ここで、 $Y_i$ , ( $i = 1, 2$ ) は、第  $i$  個人が消費する財の量である。(各個人は、他人が多く消費するほど自分の満足が下がる。) 社会的に存在する財の総量を  $Y$  であらわす。社会的厚生は各個人の効用の和と考える。今、資源制約  $Y_1 + Y_2 \leq Y$  の下で、社会的厚生  $u_1(Y_1, Y_2) + u_2(Y_1, Y_2)$  を最大にするという問題を考える。

1.1  $Y = 1/2$  のとき、社会的厚生を最大にする配分  $Y_1, Y_2$  をもとめよ。

1.2  $Y = 2$  のとき、社会的厚生を最大にする配分  $Y_1, Y_2$  をもとめよ。

1.3 上記の二つの場合の結果をクーン=タッカー定理に基づいて比較論評しなさい。

課題 2 授業で示唆した方法に基づいて、スルーツキー方程式を導出しなさい。

課題 3 クーン=タッカーの定理に基づいて、自由財を定義するとどうなるか述べなさい。

課題 4 離散系の変分問題を最適制御問題として定式化しなおし、最大値原理を応用してオイラー方程式を導いてみよ。

課題 5 任意のフロンティア・ポートフォリオは、相異なる二つのフロンティア・ポートフォリオのアフィン結合で生成されることを示しなさい。ただし、アフィン結合とは、足すと1になるような係数の加重和である。係数はマイナスの符号をとってもよいのが凸結合と異なる。例えば、 $-1/2$  と  $3/2$  は足すと1になるので  $-\frac{1}{2}y + \frac{3}{2}y'$  は  $y$  と  $y'$  のアフィン結合といえる。

課題 6 フロンティア・ポートフォリオのアフィン結合はフロンティア・ポートフォリオである。また、有効ポートフォリオの凸結合は有効ポートフォリオである。この二つを示しなさい。