

課題 1 R^m の部分集合 X, Y がともに、凸集合であるとき、 $X + Y$ も凸集合であることを示せ。

課題 2 凹関数である 2 変数関数の例を二つ示せ。

課題 3 凹関数は準凹関数であることを示せ。

課題 4 準凹関数であるが凹関数でない 2 変数関数の例で、講義ノートにあるものと異なるものを二つ挙げよ。

課題 5 二つの財を考え、それぞれの需要量を x, y であらわし、効用は

$$U(x, y) = \alpha \log x + y$$

で表わされるとしよう。また第 1 財、第 2 財価格はそれぞれ p, q とし、所得を I で記す。第 1 財、第 2 財それぞれの需要関数と、最適におけるラグランジュ乗数を求めよ。余力があるものは、この場合の需要関数の性質について、調べてみよ。

課題 6 生産者の問題を考える。 Q を生産物の量、 K を資本の量、 N を労働投入量とする。 p, r, w をそれぞれ、生産物価格、資本の賃料、賃金率とする。生産関数を

$$Q = K^{1/3} N^{1/4}$$

とするとき、要素需要関数、費用関数と生産物供給関数をもとめよ。

また、上の生産関数に代えて

$$Q = K^{1/3} N^{2/3}$$

費用関数を求めてみよ。それが、何を意味するかを考えよ。

課題 7 x を 2 次元ベクトル (x_1, x_2) とするとき、

$$\begin{cases} g_1(x) = x_1 x_2 - 1 \\ g_2(x) = x_2 - x_1^2 \\ g_3(x) = x_1 \end{cases}$$

という三つの関数を考える。不等式 $g_1(x) \geq 0, g_2(x) \geq 0, g_3(x) \geq 0$ を同時に満たす $x = (x_1, x_2)$ を $x_1 x_2$ 平面上に図示せよ。