

# 經濟原論I(後期)講義ノート

伊藤幹夫

平成11年 1月 25日



# Chapter 3

## 投資需要

不況などで生産要素に余剰が存在するとき、GDP の水準を定めるものが支出の大きさであることは既に学んだ。さらに、支出項目の中でも最大の割合を占める消費がどのように定まるかについて学んだ。ここでは、国民総支出のなかで消費について大きく、別の意味で必要な支出項目である投資について考える。

投資といっても、ここで言う意味は日常生活において使われる、家庭や企業が資産や資金を運用することとは、少し違った意味で用いる。投資とは経済の資本ストックを維持したり増やしたりする行為を意味する。ここで、資本とは生産された生産要素の累積的ストックである。生産要素でも、土地などのように生産活動によって再生産されるとは考えないものは、資本に含めない。また、労働のような用役も、その再生産過程を経済的な生産とはみなさないことが普通であるため、資本とは考えないことが多い。<sup>1</sup>

投資は、すでに触れたように、支出項目の一つとして当期の財の最終需要を構成する。(これによって、GDP の決定にかかわる。) もう一つ、投資は将来の生産の可能性を高めるという効果を持つ。この二つの面を持つ、投資支出がどのように定まるかを考えるのが、この章の目的である。

### 3.1 データからみた投資

国民経済における投資支出、主として設備投資、在庫投資、住宅投資があるが、これらは資本形成という別名でよばれることもある。これらを足しあわせたものは、GDP の一部を構成するが、消費とは対照的な特徴を持つ。

1. 投資支出は消費支出に比べれば、GDP に占める構成比は小さい
2. 投資支出は消費支出に比べて、ずっとはげしく変動する
3. 投資は、広い意味で生産主体が行なう

---

<sup>1</sup>土地や労働を、再生産されない生産要素ということで、本源的生産要素とよぶことがある。

実際、投資の対GDP比率は日本の場合、15～20パーセントの間を変動している。他の先進国でも事情は似たりよったりである。変動率などで、絶対額の変動ではなく、相対的な変動を大きさを比較すると、投資支出の変動は消費のゆうに数倍の振れ幅をもつ。実際、消費者は合理的な選択の結果、自らの消費支出の系列を滑らかにする。これに対して、生産者の行なう投資活動には、そうした投資支出を平滑にする要素は、後にみるように、あまりない。

そうしたこともあって、古くから投資は景気変動の原動力であるとの見方がされることもある。実際、投資支出の対GDP比率の時系列データを、GDPの成長率データと重ね合わせると、非常に似た動きをすることが以前から指摘されている。これは、趨勢を除去した産出量データである後者と、投資が活発か不活発かということと関係があるという印象を、多くの経済学者に与えてきた。

さて、投資については忘れてならないのは、粗投資(gross investment)と純投資(net investment)の区別である。多くの工場設備や輸送機械は、時が経つにつれて本来の機能を発揮せず、資本用役を十分供給できなくなる。最終的には「役たたず」として廃棄の憂き目にあう。細かくみれば、それは故障の頻発であったり、実際の磨滅であったりする。経済学では、こうしたことを資本減耗と総称する。投資活動の中に、こうした資本減耗に対応して元の資本ストック水準に戻そうとする「補填」、つまり古くなった機械設備や故障部品を交換するなどの活動を含めて、資本ストックを蓄積する活動を粗投資とよぶ。これに対して、資本ストックを蓄積する活動を、投資以前の資本ストックの水準を基準として、どれだけ付け加えたかを捉えるものが、純投資とよばれる。定義から、純投資は粗投資から資本減耗分を控除したものに等しい。

実はすぐ上で、投資とってきたものは粗投資を指す。

例えば、 $I_t$ を $t$ 期の粗投資額、 $J_t$ を $t$ 期の純投資額、 $D_t$ を $t$ 期の資本減耗額とすると、

$$I_t - D_t = J_t \quad (3.1)$$

一方、 $K_t$ を $t$ 期の資本ストックとすると

$$K_{t+1} - K_t = J_t \quad (3.2)$$

という関係がある。これは、純投資が期首の資本ストックを基準にどれだけ、資本ストックを積み上げるかを示す。(3.2)に(3.1)を代入すると、

$$K_{t+1} - K_t = I_t - D_t \quad (3.3)$$

という関係が得られる。特に経済学では資本減耗額は資本ストックのある固定された比率に相当するという仮定をおくことが多い。この比率を $\delta$ と記すことにすると、

$$D_t = \delta K_t$$

となる。これを(3.3)に代入すると、

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (3.4)$$

となる。

現実には、資本減耗部分はかなり大きく、粗投資の半分以上を占めることが普通である。このように考えると純投資はGDPのかなり小さな部分を占めることがわかる。

## 3.2 投資支出の決定

この章では、投資需要の大きな部分の決定が、民間企業の選択によることを考える。ここでは、企業が技術的な制約のもとで、利潤を最大にするという行動をとるとき、投資需要は利子率と予想産出量に依存すること、利子率が低いほど大きく、予想産出量が多いほど大きいことが示される。

投資を決定する主体として、重要なのは民間企業である。以下で、利潤最大化にもとづく企業の行動を考える。

### 3.2.1 企業の選択範囲

企業は、生産技術の制約を受けている。どの企業も打ち手の小槌を振って生産するわけではないから、ある生産物を大量に生産したければ、原料その他の要素の投入は大量でなくてはならない。また、一定の生産水準を保持するためには、ある要素投入の減少は、別の要素投入の増加によって補われなくてはならない。

経済学では、企業が直面するそうした技術的制約を、生産関数という生産要素の投入量と生産物の産出量の対応を定める関数によって表現する。例えば、単純に資本と労働のみを要素とする生産を考えるとき、

$$y = f(k, l), \quad y: \text{産出量} \quad k: \text{資本投入量} \quad l: \text{労働投入量} \quad (3.5)$$

といった具合である。これは、図??のように描かれる。<sup>2</sup>

こうした生産関数は、まず第一に、労働投入量  $l$  を減らしても、資本投入量  $k$  を増やせば産出量を一定に保つことができるという代替性の前提をおくことが自然だと考えられる。

生産関数の性質として、規模に関する収穫の法則を考えることがある。生産要素の投入比率が一定で、規模のみが変化する場合、生産量が規模に比例して変化するとき、規模に関する収穫は不変であるという。つまり、労働投入量も二倍、資本投入量も二倍にすると生産量も二倍になるというような関係が成立することである。収穫逓減(逕増)もこれを基準に定義される。労働投入量も二倍、資本投入量も二倍にすると生産量が二倍よりも小さく(大きく)なるというような関係が成立することとするのである。

生産関数の性質として、資本投入量と労働投入量の比率を変えたときの産出量に関する性質をとりあげることもある。第一に一方の投入量を一定に保ちながら他方の投入量を変化させたときに産出量がどうなるかを考える。例えば労働投入量を一定に保ちながら資本投入を一単位変化させたときの産出の増加分を資本の限界生産力とよぶ。これは、資本投入を増加させるにしたがって小さくなっていく。同様のことは、労働の限界生産力についてもいえる。こうした性質を限界生産力逓減の法則という。

さらに生産関数の性質として、生産量を一定に保ちながら、資本投入量と労働投入量の組み合わせを変化させたときの性質をとりあげることもある。生産量を一定に保ちながら一単位の資本を置き換えることのできる労働の量を、資本の労働に対する限界代替率とい

<sup>2</sup>ここで、資本ストックの量や、労働の量を小文字で表わしているのは、個別の企業のそれであるからである。

う。この量は資本投入量を増加させるにしたがって、次第に小さくなる。これを限界代替率逓減の法則という。なお、一定量の生産物を生産する資本投入量と労働投入量の組み合わせを示すグラフを等量曲線というが、限界代替率逓減の法則はこのグラフが原点に対して凸の形をとることだと理解することができる。

3

企業が、生産活動をおこなうときに受けるのは、技術的な制約ばかりでなく、市場の制約もある。これは、大きく分けて生産要素供給の条件生産物需要の条件に大別される。企業が、生産要素市場、生産物市場とも企業が価格支配力を持たない完全競争市場に直面する生産者の場合、それらの条件は生産要素価格（資本用役の賃料と労働賃金率）と生産物価格に集約される。以下、その状況での企業の最適生産計画を調べてみよう。

### 3.2.2 最適生産計画

資本収益の割引現在価値は、

$$\frac{y - wl + (1 - \delta)pk}{1 + i} - pk = \frac{y - [wl + (i + \delta)pk]}{1 + i} \quad (3.6)$$

と表わされる。生産に基づく収益  $y - wl$  と、残存資本ストックの価値  $(1 - \delta)pk$  を、 $1 + i$  で割り引いたものから、投資財の購入費用を差し引いたものであることを示している。投資決定が生産活動に先立って行われていることを考慮していることに注意しよう。なお、 $w$  は名目賃金率、 $p$  は投資財の価格、 $\delta$  は資本減耗率を表わす。<sup>4</sup>

さて生産者は、投資決定を行う段階で、どれだけ産出物が売れるか不確定であるから予想された産出量  $y$  を所与として、(3.6) を生産関数の制約の下で最大化すると考える。

このとき市場で定まる、利子率  $i$ 、資本財価格  $p$ 、賃金率  $w$  は動かさないから (3.6) を最大化するには

$$wl + (i + \delta)pk \quad (3.7)$$

を最小化すればよい。結局生産者は予想生産量  $y$ 、利子率  $i$ 、資本財価格  $p$ 、賃金率  $w$  を所与の値として、生産関数  $y = f(k, l)$  の制約のもとで費用 (3.7) を最小にするように  $k$  と  $l$  を選ぶと考えるわけである。これは  $k - l$  平面において  $y = f(k, l)$  に対応する等量曲線と、

$$C = wl + (i + \delta)pk$$

とおいたときの直線

$$l = -\frac{(i + \delta)p}{w}k + \frac{C}{w} \quad (3.8)$$

<sup>3</sup>規模に関する収穫の法則と限界生産力逓減の法則、限界代替率逓減の法則の三者はそれぞれ、独立な生産関数の性質である。つまり、一方から他の二つが論理的に導かれるということはない。実際、限界生産力は逓増するのにも、限界代替率が逓減する生産関数も存在するし、限界生産力が逓増するのにも、規模に関して収穫逓減な生産関数も考えることができる。

<sup>4</sup>資本減耗率が  $\delta$  であるとき、 $k$  の量の資本財（投資財）は一期後に  $(1 - \delta)k$  に「目減り」として考える。

が交点をもつとき、切片  $C/w$  がもっとも小さくなるときの交点に対応する投入の組み合わせ  $(k, l)$  が、費用を最初に行っていることがわかる。そのとき、実はその点  $(k, l)$  における等量曲線の接線の傾きと、直線の傾きが等しくなることに気付く。数学的な内容は補論を読んでもらうとして、具体的には

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial k}}{\frac{\partial f}{\partial l}} = \frac{(i + \delta)p}{w} \quad (3.9)$$

が成立するという条件として、数式を用いて表現することができる。

左辺は、資本の労働に対する限界代替率であり、右辺は資本用役と労働用役の相対価格である。労働用役価格は名目賃金率  $w$  であるから

$$(i + \delta)p \quad (3.10)$$

が資本用役価格（賃料）と考えられる。

### 3.3 生産量および利子率の変化の影響

すぐ前の節でわかったことは、最適な資本ストックの水準  $k^*$  が、予想産出量と利子率に依存するという点である。予想産出量の上昇は、通常、資本ストックの最適水準を高める。利子率の下落は、資本用役価格を低くし、労働の資本への代替を誘発するから、最適な資本ストック水準を高める。例えばコブ=ダグラス型の生産関数の場合は、数学補論で示したように (3.9) の左辺は  $l/k$  となり。最適な資本ストック水準を  $k^*$  と書くことにすると、

$$k^* = \frac{wl}{(i + \delta)p}$$

となる。これは明らかに利子率  $i$  の減少関数である。

一方、投資需要  $I$  自体は、資本ストックの最適水準と現存の水準の差によって定まる。

$$I = k^* - k_0 \quad (3.11)$$

よって、投資需要は利子率の下落によって増加し、予想産出量の増加に従って、通常増加するといえる。

### 3.4 投資需要 – 限界効率の理論

ここでは、すぐ上で示された投資決定の理論を別の観点から整理してみる。具体的には、最適投資の条件は、利子率が投資の限界効率に等しいことであることを確認する。

### 3.4.1 限界効率

最初に限界効率の概念を規定しておく。投資の限界効率とは、追加投資の内部収益率である。内部収益率<sup>2</sup>期間の場合を例にとって説明しよう。今期 $x$ 円の投資が来期 $y$ 円の収益を生むとする。そのとき

$$x = \frac{y}{1 + \rho} \quad (3.12)$$

を満たす $\rho$ をその投資の内部収益率という。これは増殖分の投資額に対する割合である。形式的には

$$\rho = \frac{y - x}{x} \quad (3.13)$$

見方を変えれば、収益の割引現在価値を投資額に等しくする割引率ともいえることに注意しよう。

内部収益率の考え方は、多期間への拡張することができる。今期 $x$ 円の投資が来期以降 $T$ 期にわたって $y_1, y_2, \dots, y_T$ 円の収益を生むとする。そのとき

$$x = \frac{y_1}{1 + \rho} + \frac{y_2}{(1 + \rho)^2} + \dots + \frac{y_T}{(1 + \rho)^T} \quad (3.14)$$

を満たす $\rho$ をその投資の内部収益率という。これは、投資の収益性を表す指標である。同時に、 $T$ 期間の場合同様、収益の割引現在価値を投資額に等しくする割引率になっている。

以上の考え方を、投資活動に応用してみよう。投資収益が多期間にわたる場合の投資の限界効率を内部収益率として考える。

さて、所与の生産目標を達成しようとする企業は、投資の増加を通して将来の投資収益

$$R_1 = y - w_1 l_1, R_2 = y - w_2 l_2, \dots, R_T = y - w_T l_T + \bar{k} \quad (3.15)$$

を増やすことができる。投資の追加は、生産に用いられる資本ストックを増やし、資本ストックの増加が、一つには労働を節約することを通して、もう一つには残存資本ストック増を通して投資収益を増やす。

投資が $\Delta I$ だけ追加されると、来期以降 $T$ 期にわたって

$$\Delta R_1, \Delta R_2, \dots, \Delta R_T \quad (3.16)$$

の追加収益を生むとする。そのとき

$$\Delta I = \frac{\Delta R_1}{1 + \rho} + \frac{\Delta R_2}{(1 + \rho)^2} + \dots + \frac{\Delta R_T}{(1 + \rho)^T} \quad (3.17)$$

を満たす $\rho$ を投資の限界効率という。

一般に、投資の水準が高いほど、投資の限界効率は低いと考えられる。これは、投資の追加は労働を追加的に節約することと、投資水準が高いほど、追加投資が追加節約する労働は少ないためだといわれる。背後に限界代替率の逡減があることに注意しよう。



### 3.4.2 最適投資規準

ここで、限界効率を用いて最適な投資が行われる条件を導出する。その後、以前に示した投資支出と利子率の関係を説明するとき用いた議論との関連をのべる。

生産者にとっての最大化の目的は、利潤 $\pi = V - I$ の最大化である。ただし、

$$V = \frac{R_1}{1+i} + \frac{R_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{R_T}{(1+i)^T} \quad (3.18)$$

であり、収益の市場利子率による割引現在価値である。追加投資による収益の割引現在価値の変化を考えると、 $\Delta V > \Delta I$  のとき  $\pi$  が増加し、逆に  $\Delta V < \Delta I$  のとき  $\pi$  減少することに注意しよう。ここで、

$$\Delta V = \frac{\Delta R_1}{1+i} + \frac{\Delta R_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{\Delta R_T}{(1+i)^T} \quad (3.19)$$

である。

市場利子率と投資限界効率の大小関係と、すぐ上の追加投資による収益の割引現在価値の変化の議論が関係がつく。

$$\Delta V = \frac{\Delta R_1}{1+i} + \frac{\Delta R_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{\Delta R_T}{(1+i)^T} \quad (3.20)$$

$$\Delta I = \frac{\Delta R_1}{1+\rho} + \frac{\Delta R_2}{(1+\rho)^2} + \cdots + \frac{\Delta R_T}{(1+\rho)^T} \quad (3.21)$$

であるから、 $i < \rho$  のとき  $\Delta V > \Delta I$  となり、 $\pi$  が増加することがわかる。結局、最適な投資水準において、 $\rho = i$  という限界効率の原理とよばれる条件が成立することがわかる。

最後に、以前導いた最適資本ストックの条件と限界効率の原理の関係を整理しておく。いま2期間の場合を考える。

$$R = y - wl + (1 - \delta)pk \quad (3.22)$$

が収益である。今、生産量が一定のとき、生産における要素投入の代替のを前提に資本投入が1単位変化したとすると、

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dk} &= -w \frac{dl}{dk} + (1 - \delta)p \\ &= w \frac{\frac{\partial f}{\partial k}}{\frac{\partial f}{\partial l}} + (1 - \delta)p \end{aligned} \quad (3.23)$$

となる。資本ストックの変化に対する内部収益率 $\rho$ は

$$\frac{\Delta R}{1 + \rho} = p \Delta k \quad (3.24)$$

として定義される。これを整理して微分形にすれば

$$\rho = \frac{dR}{dk} - p \quad (3.25)$$

これに、(3.23)を代入して整理すれば、(3.9)が得られる。

## 補論：生産関数の性質の数学的表現

以下では、経済学で頻繁に使われるコブ = ダグラス型生産関数

$$y = k^\alpha l^\beta, \alpha, \beta > 0$$

を適宜用いながら解説する。

さて、代替性の前提とは、現在の投入の組み合わせが  $(k, l)$  であるとき、その投入に対する生産量  $f(k, l)$  を不変に保つ、 $(k, l)$  とほんの少しだけ異なる投入の組み合わせ  $(k + \Delta k, l + \Delta l)$  を考えると、 $k$  と  $l$  を基準にしたときの変化量  $\Delta k$  と  $\Delta l$  が異なる符号をとることをいう。

$$f(k, l) = f(k + \Delta k, l + \Delta l) \implies \Delta k \Delta l < 0$$

ということが必ず成り立つことだと、数学的に表現できる。これは、本文での代替性の前提の表現に他ならない。コブ = ダグラス型生産関数を例にすると、産出量  $y$  は  $k^\alpha$  と  $l^\beta$  の積であるが、それぞれが  $k$  と  $l$  の増加関数であるために産出量  $y$  を一定値に保つためには、片方の増加はもう一方の減少を伴うことがわかる。

代替性の前提は、等量曲線というグラフを  $k - l$  平面上で考えたときにこれが必ず右下がりになることでもある。ここで等量曲線は産出量  $y$  の値を一つ決めたとときに得られる  $y = f(k, l)$  を満たす  $(k, l)$  の組み合わせを表わす。仮に  $\alpha = \beta = 1/2$  となるコブ = ダグラス型生産関数を考えるとき、 $y = 4$  に対応する等量曲線は

$$4 = k^{1/2} l^{1/2}$$

を満たす  $(k, l)$  であるから、これを  $l$  について解けば

$$l = \frac{16}{k}$$

という直角双曲線が得られる。これは  $k - l$  平面で右下がりである。

規模に関する収穫法則とは、それぞれつぎのようにまとめられる。規模に関する収穫不変とは

$$\lambda > 0 \implies f(\lambda k, \lambda l) = \lambda f(k, l)$$

・ 規模に関する収穫逓減とは

$$\lambda > 1 \implies f(\lambda k, \lambda l) < \lambda f(k, l)$$

・ 規模に関する収穫逓増とは

$$\lambda > 1 \implies f(\lambda k, \lambda l) > \lambda f(k, l)$$

・ コブ = ダグラス型生産関数で考えると、 $\alpha + \beta$  の値が丁度 1 か、1 より小さいか、1 より大きいかに対応していることが確かめられる。(諸君は自ら確かめよ。)

限界生産力逓減の法則は、片方の投入を留め置いたまま、もう一方の投入を増やしていったときの生産の増分の投入の増分に対する比に関する、生産関数の性質である。(本文中で 1 単位と断ったのは、比率であることをはじめから前提にしたからである) つまり  $\Delta k$  と  $\Delta l$  が非常に小さいとしたときの

$$\frac{f(k + \Delta k, l) - f(k, l)}{\Delta k}$$

あるいは

$$\frac{f(k, l) - f(k, l + \Delta l)}{\Delta l}$$

は、それぞれ資本の限界生産力、あるいは労働の限界生産力といわれる。これが、それぞれ  $k$ 、 $l$  の減少関数となることをいう。実は、数学的には  $\Delta k$  や  $\Delta l$  をゼロに近づけていった両者の極限は、それぞれ  $f$  の  $k$  に関する偏微分、 $f$  の  $l$  に関する偏微分とよばれ、

$$\frac{\partial f}{\partial k}, \frac{\partial f}{\partial l}$$

と記す。それらを  $k$  や  $l$  の関数とみなした偏導関数が減少関数となることが、限界生産力逓減の法則の厳密な表現である。例えば  $\alpha = \beta = 1/2$  となるコブ = ダグラス型生産関数を考えるとき、それぞれの偏導関数は、 $f(k, l) = k^{1/2}l^{1/2}$  において、 $l$  を固定して  $k$  について微分し、 $k$  を固定して  $l$  について微分して、

$$\frac{1}{2}k^{-1/2}l^{1/2}$$

$$\frac{1}{2}k^{1/2}l^{-1/2}$$

と求められる。前者は  $k$  の減少関数になっているし、後者は  $l$  の減少関数になっていることに注意せよ。

等量曲線上のある点  $(k, l)$  における等量曲線の接線の傾きと、その点における資本と労働の限界生産力には、関係があることを示すことができる。 $(k, l)$  とあまり変わらない投入の組み合わせ  $(k + \Delta k, l + \Delta l)$  を表わす点が、同じ等量曲線にのっていることは

$$f(k, l) = f(k + \Delta k, l + \Delta l)$$

である。両辺に  $-f(k, l + \Delta l)$  を足して

$$-(f(k, l + \Delta l) - f(k, l)) = f(k + \Delta k, l + \Delta l) - f(k, l + \Delta l)$$

を得る。さらに式を変形させて

$$-\frac{f(k, l + \Delta l) - f(k, l)}{\Delta l} \Delta l = \frac{f(k + \Delta k, l + \Delta l) - f(k, l + \Delta l)}{\Delta k} \Delta k$$

を得る。 $\Delta k, \Delta l$  をゼロに近づけていった極限は、偏微分を用いて

$$-\frac{\partial f}{\partial l} dl = \frac{\partial f}{\partial k} dk$$

と書かれる。これによって、 $(k, l)$  における等量曲線の接線の傾きが

$$\frac{dl}{dk} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial k}}{\frac{\partial f}{\partial l}}$$

と表わされる。これは $\alpha = \beta = 1/2$ となるコブ=ダグラス型生産関数を考えるとき、すぐ上で計算した限界生産力を代入して

$$-l/k$$

となる。

さて、この等量曲線の形状はコブ=ダグラス型の場合は、一般に双曲線に似た形状を持つことがわかる。原点に対して凸の形状をもっていることに注意しよう。