**以下の各課題について解答せよ。ただし、研究課題になっているものはやらなくてもよい。(やったものは評価を高める。)**

# 1　パレート最適な配分: 線形な効用関数の場合

経済主体は主体 1 と主体 2 で、財も財 1 と財 2 で識別される経済を考える。財 1 の社会全体の存在量を 5, 財 2 の社会全体の存在量も 5 とする。主体 1 と主体 2 の効用関数を

$$u_1(x_{11}, x_{12}) = x_{11} + x_{12},\quad u_2(x_{21}, x_{22}) = x_{21} + x_{22}$$

とする。この場合のパレート最適な配分の全体を求めよ。

## 1.1　研究課題 1

二人の主体が取引前に各財を $(5/2, 5/2)$,$(5/2, 5/2)$ もっている場合の完全競争均衡配分を求め、厚生経済学の基本定理がどのような状況で成立するかを調べよ。

## 1.2　研究課題 2

二人の主体の効用関数が線形の同じタイプであるが、異なるという状況でパレート最適の配分を求めてみよ。(例 $u_2(x_{21}, x_{22}) = 2x_{21} + x_{22}$)
(難しいかもしれない。パレート最適の定義に戻ること。)

# 2　生産の最適化: 収穫不変の場合

生産物の量を $y$、投入物 1 の量を $k$、投入物 2 の量を $\ell$ で表すとき、生産関数が

$$y = k^{\frac{1}{3}}\ell^{\frac{2}{3}}$$

であるとしよう。生産物価格を $p$、投入物 1 の価格を $r$、投入物 2 の価格を $w$ で表わし、これらは市場で定まると仮定するとき、$y$ だけ生産するときの各投入物の要素需要関数と費用関数を、費用最小化問題によって求めよ。さらに、ラグランジュ未定乗数が費用関数の $y$ に関する偏微分に等しいことを確認せよ。

## 2.1　研究課題 1

生産関数を

$$y = k^{\frac{1}{3}}\ell^{\frac{1}{3}}$$

と修正するとき、課題本体の設問に再び答えよ。

## 2.2　研究課題

生産物の供給関数は、課題本体の場合どのように考えられるか。日吉のミクロ経済学の授業で習う「完全競争下の企業の供給曲線は、限界費用曲線の右上がり部分」ということと、どのように関

連づけられるか。さらに、すぐ上の研究課題の場合はどうか。

## 3 円周の包絡線

原点を中心にとり、半径が 1 の円周を包絡線とする曲線群の方程式を見つけよ。(複数の解答が可能)

## 4 計算練習

効用関数を

$$u(x_1, x_2) = -\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$$

とするとき、所得の限界効用（ラグランジュ乗数)、各財の需要関数、間接効用関数、最小支出関数、補償需要関数（ヒックス需要関数）を求めよ。また、同時にスルーツキー方程式が成立することを確認せよ。

## 5 CES 生産関数

$$y = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$$

を CES 生産関数という。要素価格を $q_1, q_2$ と記すとき、費用関数を求めよ。