

2008年度計量経済学概論期末試験 問題と解答＋講評

*解答は問題順に解答用紙に記しなさい。

*検定は、仮説、帰無分布、検定統計量について明記した上で有意水準5%で検定しなさい。

1 最小2乗法に関する以下の文を読んで設問に答えなさい。50点

説明変数を X_i 、被説明変数を Y_i とするとき、単回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$, $i=1, \dots, n$ の β に対する最小2乗推定量は 1 残差2乗和を最小化する条件式を解くことで $b = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X})^2}$ が得られる。こうして得られた b は $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ のとき $2E(b) = \beta$ 、 $Var(b) = \frac{\sigma^2}{\sum(X_i - \bar{X})^2}$ の正規分布となるが、この $Var(b)$ は 1 の中で最も小さい分散になることから、最小2乗推定量は 2 と呼ばれる。

- (1) 文中の $\boxed{\quad}$ に適当な語句をそれぞれ書きなさい (10)
- (2) 下線部1の条件式を最小化問題を解いて導きなさい。 (10)
- (3) 下線部2が成立する条件を挙げなさい。 (5)
- (4) 下線部2を証明しなさい。 (10)
- (5) 下線部3が成立する条件を挙げなさい。 (5)
- (6) 下線部3を証明しなさい。 (10)

2 2007年の所得階層別データを用いて生鮮魚介の需要関数を推定したところ

$$\textcircled{1} \ln Q_i = 6.815 + 0.2569 \ln M_i - 0.3133 \ln N_i, \quad i=1, \dots, 18 \quad Q: \text{需要量}, M: \text{所得}, N: \text{世帯員数}$$
$$(0.9805) \quad (0.07865) \quad (0.1942) \quad R^2 = 0.6398 \quad \text{括弧内は標準誤差}$$

を得た。さらに世帯内の65歳以上人口割合 OLD を追加したら

$$\textcircled{2} \ln Q_i = 7.107 + 0.1576 \ln M_i + 0.5915 \ln N_i + 0.7627 OLD_i, \quad i=1, \dots, 18$$
$$(0.9519) \quad (0.09751) \quad (0.1981) \quad (0.2795) \quad R^2 = 0.6949 \quad \text{括弧内は標準誤差}$$

のようになった。50点

- (1) 推計結果①から生鮮魚介は必需財といえるかを検定した上で答えなさい。 (10)
- (2) 推計結果①の最大の問題点は何か？またこうなった理由を述べよ。 (10)
- (3) 推定結果②の $\ln N$ の係数が1未満であることを検定しなさい。 (10)
- (4) (3)の結果から何がわかるのかを答えなさい。 (5)
- (5) 推定結果②の OLD の係数が正であるか否かを検定しなさい。 (10)
- (6) (5)の検定結果から何がわかるかを答えなさい。 (5)

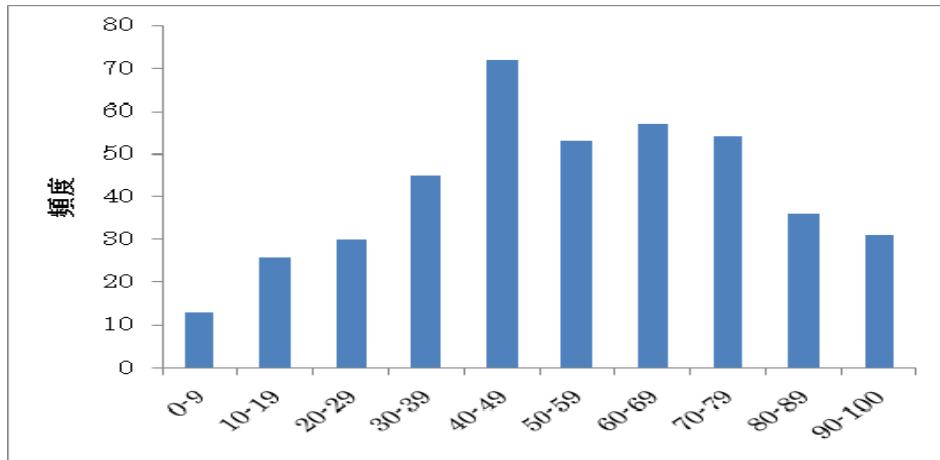
数表

自由度 m の t 分布の右側 $a\%$ 点 $t_a(m)$ ($Pr(t > t_a) = a$) : $t_5(14) = 1.761$, $t_5(15) = 1.753$,
 $t_5(16) = 1.746$, $t_5(17) = 1.740$, $t_5(18) = 1.734$, $t_5(\infty) = 1.645$

(講評)

採点終了しました。

受験者数:417 人 平均:53 点 中央値:54 点 標準偏差:24 点 最低:0 点 最高:100 点



問1はいいのですが、問2でカッコ内の数値を t 値と勘違いして計算をしている人が多かったのにビックリしました。カッコ内が t 値だとすべて 1 未満のひどい結果じゃないか！と普通は気づくと思うのですが...過去問ベースの勉強の弊害ですね。

カッコ内を t 値と勘違いしたけど、検定は正しく理解している人たちを救済するために論理的に正しいか否かを基準に採点をしました。計算結果に基づいた判断が下されていない場合には減点しました（詳しくは後述の解答を参照してください）。

とにかく、検定の考え方を理解していない人が多いことに愕然としました。

成績は、お約束通り、「総点 = 期末試験点数 × 0.8 + 本レポート点数 × 2」として A:80 ≤ 総点、B:60 ≤ 総点 < 80、C:50 ≤ 総点 < 60、D:総点 < 50 という基準で採点して A:160 人 (38%)、B:115 人 (28%)、C:59 人 (14%)、D:83 人 (20%) となりました。D の割合が例年よりも多くなってしまいました。レポートの内容を理解していない答案が多かったし、もっと検定をきちんと理解しておいて頂きたかったです。

点数に対するご質問には直接お答えできませんので、解答を見て各自で自己採点してください。もし3月10日以降に成績票を受け取られて、明らかにおかしいと感じられた人は、学事センターを通して質問状を出すことができます。

(解答)

1 最小2乗法の理論 (50点満点)

- (1) 1 線形不偏推定量 2 最良線形不偏推定量(BLUE でも可) 10点(5点×2)

偏が偏ったり、変だったりしてたけど、BLUEの正答率だけは高かったw

- (2) $S = \sum (Y_i - \alpha - \beta X_i)^2$ に関する最小化問題の1階の条件 $\partial S / \partial \alpha = \partial S / \partial \beta = 0$ より

$$\sum (Y_i - \alpha - \beta X_i) = 0, \quad \sum (Y_i - \alpha - \beta X_i) X_i = 0 \quad 10 \text{点}$$

最小化問題が明示されてない: 5点減

- (3) $E(\varepsilon_i) = 0$ と X_i は外生 (または $\text{Cov}(X_i, \varepsilon_i) = 0$) 5点

両方あってて5点、片方だけだと3点

- (4) $b = \sum w_i Y_i = \beta + \sum w_i \varepsilon_i$ (ただし $w_i = \frac{X_i - \bar{X}}{D}$ 、 $D = \sum (X_i - \bar{X})^2$) より

$$E(b) = \beta + \sum w_i E(\varepsilon_i) = \beta \quad 10 \text{点}$$

または

$$b = \text{Cov}(X, Y) / \text{Var}(X) = \text{Cov}(X, \alpha + \beta X + \varepsilon) / \text{Var}(X) = \beta + \text{Cov}(X, \varepsilon) / \text{Var}(X) = \beta$$

途中の展開がめちゃめちゃで最後だけ正しいなんていう証明が多数ありました。点数は差し上げられません。

- (5) ($E(\varepsilon_i) = 0$ 、 X_i は外生に加えて) $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$ 、 $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ 5点

両方あってて5点、片方だけだと0点

- (6) $\text{Var}(b) = E[(b - \beta)^2] = E[(\sum w_i \varepsilon_i)^2] = E[\sum w_i^2 \varepsilon_i^2 + 2 \sum \sum \varepsilon_i \varepsilon_j]$

$$= \sum w_i^2 E(\varepsilon_i^2) + 2 \sum \sum E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = \sigma^2 \sum w_i^2$$

$$\sum w_i^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{D^2} = \frac{1}{D} \text{ より 与式が得られる。} \quad 10 \text{点}$$

いい加減な証明がほんとに多かった。これも(4)と同様です。

2 需要関数の推定 (50点満点)

- (1) 検定 1 10点

所得の母係数を β 、その推定量を b とする。

①仮説 $H_0: \beta = 1, H_1: \beta < 1$

②統計量・帰無分布 帰無仮説がとすると $t = \frac{b-1}{s_b}$ は自由度 15 の t 分布に従う

③検定 推計結果より $t = (0.2569 - 1) / 0.07865 = -9.44819 < -t_{0.05}(15) = -1.753$ なので帰無仮説 H_0 は棄却される

④結論 生鮮魚介は必需財といえる

減点方式で採点しました。減点の合計が配点(10点)を超えた場合は0点としました。

仮説設定の誤り、t統計量の誤り ($t = b/s_b$ など)、 s_b の計算の誤り ($s_b = 0.2569 / 0.07865$ など)、臨界値の誤り ($t_{0.05}(17)$ や $t_{0.05}(16)$ など)、結論の誤り (帰無仮説が採択されているのに必需財と言ってしまうなど)：それぞれ3点減点 (減点が4つ以上の場合は0点とした)

3重苦 (s_b の計算誤り、臨界値の自由度の誤り、判定の誤り) で1点になってしまった人が多数いた。

(2)推定結果の評価 10点 (5点×2)

問題点 : $\ln N$ の係数が負 (理論的には 0 以上であるべき)

理由 : 変数欠落 (考慮すべき変数が加えられていない) のため、推定量にバイアスが生じているから

決定係数が低いことは最大の問題ではない。横断面データを利用する回帰分析の場合は通常 R^2 は低くなる。過去問の解答を反映した答えも多数見られたが、誤り。

(3)検定 2 10点

世帯員数の母係数を γ 、その推定量を r とする。

① 仮説 $H_0: \gamma = 1, H_1: \gamma < 1$

② 統計量・帰無分布 帰無仮説がとすると $t = \frac{r-1}{s_r}$ は自由度 14 の t 分布に従う

③ 検定 推計結果より $t = (0.5915 - 1) / 0.1981 = -2.06209 < -t_{5(14)} = -1.761$ なので帰無仮説 H_0 は棄却される

④ 結論 $\gamma < 1$ といえる

減点の方法は(1)と同様

(4)推定結果の解釈 5点

生鮮魚介には世帯員に関する規模の経済性が存在する

規模の経済性だけでも正解としました。規模の経済性という Keyword が使われていなかつたとしても、正しく説明がされている場合も正解としました。

(3)の結果と対応していない場合は不正解としました (∴ 「(3)の結果から何がわかるのか」と問題文に記されているから)。

×(3)で仮説 $H_0: \gamma = 1$ を採択→世帯員に関する規模の経済性が存在する

○(3)で仮説 $H_0: \gamma = 1$ を採択→規模の経済性が存在するとは言えない

(5)検定 3 10点

OLD の母係数を δ 、その推定量を d とする。

① 仮説 $H_0: \delta = 0, H_1: \delta > 0$

② 統計量・帰無分布 帰無仮説がとすると $t = \frac{d}{s_d}$ は自由度 14 の t 分布に従う

③ 検定 推計結果より $t = 0.7627 / 0.2795 = 2.7288 > t_{5(14)} = 1.761$ なので帰無仮説 H_0 は棄却される

④ 結論 OLD の係数は正であるといえる

減点の方法は(1)と同様

(6)推定結果の解釈 5点

老人のほうが生鮮魚介を多く需要する

(5)の結果と対応していない場合は(4)と同様、不正解としました

×(5)で仮説 $H_0: \delta = 0$ が採択→老人のほうが生鮮魚介を多く需要する

○(5)で仮説 $H_0: \delta = 0$ が採択→老人のほうが生鮮魚介を多く需要するとは言えない