

計量経済学概論 2007年度期末試験 50分 100点満点

1 統計量に求められる性質として「不偏性」があるが、標本平均、標本分散、最小2乗推定量はこの性質を持つためによく利用される。(40)

(1) 不偏性とはどのような概念か。またそれが望ましいのはなぜか。(5+5)

(2) 説明変数を X_i 、被説明変数を Y_i とする単回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$, $i=1,\dots,n$ の残差2乗和を最小にする条件式を導きなさい。(10)

(3) (2)で導いた条件式は何と呼ばれているか。(5)

(4) β に対する最小2乗推定量 $b = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$ が不偏推定量であることを前提となる条件を明示したうえで示しなさい。(10)

(5) 最小2乗推定量にはもうひとつ望ましい性質「有効性」があるが、それが何故望ましいのかを説明しなさい。(5)

2 真の構造が $Y_i = \alpha + \beta X_i + \gamma Z_i + \varepsilon_i$ なのに説明変数を X_i だけにした $Y_i = \alpha + \beta X_i + \eta_i$ を最小2乗法で推定してしまった。ただし、 Y_i : 被説明変数、 X_i, Z_i : 説明変数、 ε_i : 確率的擾乱項とする。(30)

(1) β に対する最小2乗推定量 $b = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\text{Var}(X)}$ はバイアスを持つことを示しなさい。

(2) 残差 $\eta_i = \gamma Z_i + \varepsilon_i$ は分散不均一性を示すことを証明しなさい。

(3) 2つの残差 η_i, η_j の共分散がゼロとはならないことを証明しなさい。

3 1980~2006年の家計調査の時系列データを用いて灯油の需要関数を推定したら

$$\log(q) = 7.741 - 0.08014 \log(p/p_0) - 0.1938 \log(M/p_0), R^2 = 0.2801, n = 27$$

(2.601) (-0.9591) (-0.6844)

を得た。括弧内の数値は t 値。 q : 需要量, p : 灯油価格, p_0 : 他財価格, M : 消費総額とする。(30)

(1) この推計結果の難点を理論的な観点と統計的な観点から指摘せよ。(10)

(2) 推定結果を改善するために利用するデータを工夫するとしたら、どのような工夫が考えられるか。(5)

(3) 説明変数を追加するとすれば、どのような変数が考えられるか。(5)

(4) 需要関数の推定では通常の最小2乗法ではなく、操作変数法のほうが望ましいと考えられるのはなぜか。(10)

略解

1 最小2乗法の理論

- (1) 不偏性の定義となぜ望ましいのか？ テキスト P-251
- (2) 最小2乗法と1階の条件：テキスト P-13
- (3) 正規方程式（テキスト p-14）
- (4) 不偏性の証明：テキスト p-26
- (5) 有効性：テキスト p-251

2 過少定式化問題

- (1) バイアス：テキスト p-104、レジュメ p-18
 - (2) $\text{Var}(\gamma Z_i + \varepsilon_i) = \gamma^2 \text{Var}(Z_i) + \text{Var}(\varepsilon_i)$ において右辺第1項で $\gamma = 0$ でない限り分散不均一性は生じる。
 - (3) 攪乱項 ε_i が統計的に独立であるとしても Z_i が統計的に独立でないと $\text{Cov}(\gamma Z_i + \varepsilon_i, \gamma Z_j + \varepsilon_j) = \gamma^2 \text{Cov}(Z_i, Z_j) \neq 0$ となるので、共分散はゼロにはならない。
- ※ (2),(3)は今年の授業ではやっていません

3 需要関数

- (1) 理論的には所得の係数がマイナスになっている点
統計的には決定係数が低く、価格と所得の係数の標準誤差が大きく不正確な推定量である点
- (2) 横断面データを利用する
- (3) 灯油の需要に影響を及ぼす変数を挙げればよい。たとえば、気温、世帯人員数、家の広さ、居住地など
- (4) 価格や所得といった経済変数は市場メカニズムの中で決定し、相互依存的であるため、需要のショック ε と説明変数が相関をもってしまうと考えられるから
(テキスト 8章、レジュメ P-19,20)

※ (2)は今年の授業ではやっていません