

計量経済学概論 2007 年度期末試験 50 分 100 点満点

1 統計量に求められる性質として「不偏性」があるが、標本平均、標本分散、最小 2 乗推定量はこの性質を持つためによく利用される。(40)

(1) 不偏性とはどのような概念か。またそれが望ましいのはなぜか。(5+5)

(2) 説明変数を X_i , 被説明変数を Y_i とする単回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$, $i=1, \dots, n$ の残差 2 乗和を最小にする条件式を導きなさい。(10)

(3) (2) で導いた条件式は何と呼ばれているか。(5)

(4) β に対する最小 2 乗推定量 $b = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$ が不偏推定量であることを前提とな

る条件を明示したうえで示しなさい。(10)

(5) 最小 2 乗推定量にはもうひとつ望ましい性質「有効性」があるが、それが何故望ましいのかを説明しなさい。(5)

2 真の構造が $Y_i = \alpha + \beta X_i + \gamma Z_i + \varepsilon_i$ なのに説明変数を X_i だけにした $Y_i = \alpha + \beta X_i + \eta_i$ を最小 2 乗法で推定してしまった。ただし、 Y_i : 被説明変数、 X_i, Z_i : 説明変数、 ε_i : 確率的攪乱項とする。(30)

(1) β に対する最小 2 乗推定量 $b = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\text{Var}(X)}$ はバイアスを持つことを示しなさい。

(2) 残差 $\eta_i = \gamma Z_i + \varepsilon_i$ は分散不均一性を示すことを証明しなさい。

(3) 2 つの残差 η_i, η_j の共分散がゼロとはならないことを証明しなさい。

3 1980～2006 年の家計調査の時系列データを用いて灯油の需要関数を推定したら

$$\log(q) = 7.741 - 0.08014 \log(p/p_0) - 0.1938 \log(M/p_0), R^2 = 0.2801, n = 27$$

$$(2.601) \quad (-0.9591) \quad (-0.6844)$$

を得た。括弧内の数値は t 値。 q : 需要量, p : 灯油価格, p_0 : 他財価格, M : 消費総額とする。(30)

(1) この推計結果の難点を理論的な観点と統計的な観点から指摘せよ。(10)

(2) 推定結果を改善するために利用するデータを工夫するとしたら、どのような工夫が考えられるか。(5)

(3) 説明変数を追加するとすれば、どのような変数が考えられるか。(5)

(4) 需要関数の推定では通常最小 2 乗法ではなく、操作変数法のほうが望ましいと考えられるのはなぜか。(10)

略解

1 最小2乗法の理論

- (1) 不偏性の定義となぜ望ましいのか? テキスト P-251
- (2) 最小2乗法と1階の条件: テキスト P-13
- (3) 正規方程式 (テキスト p-14)
- (4) 不偏性の証明: テキスト p-26
- (5) 有効性: テキスト p-251

2 過少定式化問題

- (1) バイアス: テキスト p-104、レジュメ p-18
- (2) $\text{Var}(\gamma Z_i + \varepsilon_i) = \gamma^2 \text{Var}(Z_i) + \text{Var}(\varepsilon_i)$ において右辺第1項で $\gamma = 0$ でない限り分散不均一性は生じる。
- (3) 攪乱項 ε_i が統計的に独立であるとしても Z_i が統計的に独立でないと $\text{Cov}(\gamma Z_i + \varepsilon_i, \gamma Z_j + \varepsilon_j) = \gamma^2 \text{Cov}(Z_i, Z_j) \neq 0$ となるので、共分散はゼロにはならない。

※ (2),(3)は今年の授業ではやっていません

3 需要関数

- (1) 理論的には所得の係数がマイナスになっている点
統計的には決定係数が低く、価格と所得の係数の標準誤差が大きく不正確な推定量である点
- (2) 横断面データを利用する
- (3) 灯油の需要に影響を及ぼす変数を挙げればよい。たとえば、気温、世帯人員数、家の広さ、居住地など
- (4) 価格や所得といった経済変数は市場メカニズムの中で決定し、相互依存적であるため、需要のショック ε と説明変数が相関をもってしまうと考えられるから (テキスト8章、レジュメ P-19,20)

※ (2)は今年の授業ではやっていません