

1. 最小2乗法に関する以下の文を読んで設問に答えなさい。(満点 50 点)

説明変数を  $X_i$ , 被説明変数を  $Y_i$  とするとき、単回帰モデル  $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$ ,  $i=1, \dots, n$  の

$\beta$  に対する最小2乗推定量は 1 残差2乗和を最小化する条件式を解くことで  $b = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\text{Var}(X)}$

が得られる。 $E(\varepsilon_i) = 0$  と 2 残差  $\varepsilon_i$  と説明変数  $X_i$  に関する仮定のもとで 3  $b$  は不偏推定量となる。さらに 4 残差  $\varepsilon_i$  に関する2つ仮定を前提にすると  $b$  の分散の推定量  $s_b^2$  は 1 の中で最も小さい分散になることから、最小2乗推定量は 2 と呼ばれる。

(1) 文中の   に適当な語句をそれぞれ書きなさい (10)

(2) 下線部 1 の条件式を最小化問題を解いて導きなさい。(10)

(3) 下線部 2 の仮定が経済分析において成立し難いのはなぜか。事例を挙げながら説明しなさい (10)

(4) 下線部 3 が成り立つことを証明しなさい。(10)

(5) 下線部 4 の2つの仮定とはどのようなものか。(10)

2. 1980～2005 年の家計調査の時系列データを用いて牛肉の需要関数を推定したら

$$\log(q) = -13.801 - 0.10282 \log(p/p_0) + 1.2788 \log(M/p_0) - 0.2711 D, \quad \bar{R}^2 = 0.9154, \quad n = 25$$

(-3.947)   (-1.005)                      (5.987)                      (-10.418)

を得た。さらに時系列の所得階層別データ(プールデータ)で再推計したところ

$$\log(q) = -9.605 - 0.2313 \log(p_i/p_0) + 1.0306 \log(M/p_0) - 0.27964 D, \quad \bar{R}^2 = 0.9601, \quad n = 125$$

(-23.95)   (-7.581)                      (20.152)                      (-19.788)

を得た(括弧内の数値は  $t$  値)。ただし  $q$ : 1 人あたり需要量,  $p$ : 自財価格,  $p_0$ : 他財価格,  $M$ : 一人あたり消費総額,  $D$ : 狂牛病ダミーとする。(満点 50 点)

(1) 時系列データだけを用いた推計結果は何が最大の難点と言えるか。(5)

(2) プールデータを用いることで推計結果が改善されたのはなぜか。(5)

(3) プールデータの結果から牛肉は贅沢財といっても良いか。有意水準 5% で統計的に検定を行いなさい。ただし  $Z_{2.5\%} = 1.96$ ,  $z_{5\%} = 1.645$  とする。(10)

(4) 回帰分析の結果の妥当性をさらに検討するためにはここに示されていないどのような情報を使って何を検討すべきだと考えられるか。(10)

(5) このモデルの特定化に問題があるとすれば、どのような問題が考えられるか。(5)

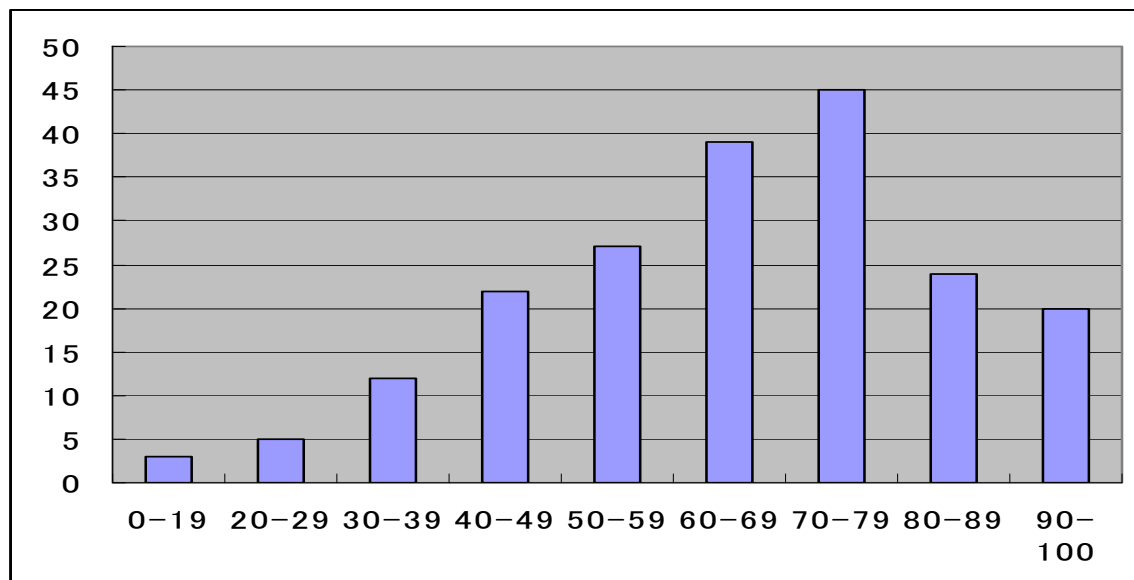
(6) 一般に上記のような需要関数の推定では2段階最小2乗法が望ましいと言われるが、その理由について述べよ。(10)

(7) 2段階最小2乗法を実行するときに留意すべきことは何か。(5)

河井 啓希 計量経済学概論

## 2006 年度秋学期末試験の結果と採点の指針

受験者総数：197 人 平均：65.2 中央値：67 標準偏差：18.6 最小 17 最大 100  
得点の頻度分布は以下のとおりでした。



過去問とパターンは似ていたのでテストとしては楽勝だったのではないのでしょうか。設問自体は変えていたのですが、過去に出題した異なる問題の解答をオウム返しのように記述する答案が多いのに驚かされました。問題文をろくに読むことなく暗記してきた過去の答えをただ記述するだけ。皆さん、病んでますよ。

採点では問題への解答として適切なものには得点を与えましたが、関係の無い事柄を書いた答案は部分点もなくバツサリと×にしました。採点の指針は解答とともに記したので、成績が心配な人は自己採点してください。

※学期末試験の結果は経済学部との申し合わせのため個人的に教えることが出来ませんので、下記の採点の指針を読んで、各自自己採点をしてください。

成績評価は「筆記試験×0.7+レポ得点（軽レポ+本レポ）」で評価を行います。あと1回だけ行った即レポはボーダーラインにいる場合に救済措置として利用しました。

この基準で成績をつけると

成績	A	B	C	D	計
人数	77	74	34	12	197
割合	39%	38%	17%	6%	

※追試受験者、レポート未提出者がいるので暫定的な数値ですのようになりました。

成績表は例年3月10日あたりに送付されますが、成績について合理的な疑問がある場合は学事を通して質問表を出して確認することができます。

### 1 回帰分析

(講評) 例年同じような問題です。最小2乗法に関する理論的な問題です。例年とパターンを変えた(5)の出来が悪かった。

#### (1) 語句と数式の穴埋め問題 (各5点合計10点)

- 1 線形不偏推定量 2 BLUE(最良線形不偏推定量)

※よく出来ていましたが漢字のミスは3点のみ加算

#### (2) 正規方程式の導出 (10点)

$\min_{\alpha, \beta} \sum (Y_i - \alpha - \beta X_i)^2$  の 1 階の条件より  $\partial S / \partial \alpha = \sum (Y_i - \alpha - \beta X_i) = 0$

$\partial S / \partial \beta = \sum (Y_i - \alpha - \beta X_i) X_i = 0$  が得られる。

※「最小化問題を解け」と書いてあるのに正規方程式だけしか書いてない答案が多数あったが 2 点のみ加点

### (3) 説明変数と残差が相関をうむ理由と具体例 (10 点)

授業で挙げた「市場間の相互依存関係が生じる事例」や「消費関数」だけでなく「重要な欠落変数」や「変数の誤差」など正しい事例と理由づけが書いてあれば正解としました。

※事例が示されていないものは 5 点

### (4) 不偏性の証明 (10 点)

$$b = \frac{\text{cov}(X, \alpha + \beta X + \varepsilon)}{\text{var}(X)} = \beta + \frac{\text{cov}(X, \varepsilon)}{\text{var}(X)} \text{ より } \text{cov}(X, \varepsilon) = 0 \text{ のとき } E(b) = \beta$$

※正答率が極めて低かったです。

### (5) 残差の 2 条件 (10 点)

$\varepsilon_i$  は互いに独立である、 $\varepsilon_i$  の分散は均一になる ( $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ ,  $\text{Var}(\varepsilon_j) = \sigma^2$  でも正解)

※ほとんどの人が出来ていました。片方だけ正解は 5 点。

## 2 需要関数の推定

(講評) 過去問と同じ部分は正答率が極めて高い一方、(7)と(8)の出来が悪かった。

### (1) 時系列データの推定結果の問題点 (5 点)

価格の係数はマイナスだが統計的に有意でないこと

※その理由である「所得の変化が小さい」などと記してある答案は正解としました。説明変数に所得があるのだから「所得の変化を考えない」というのは誤りです。

### (2) プールデータの利点 (10 点)

プールデータの利用で①所得データの変動を確保し、②価格を一定としたもとでの所得変化の影響をみる統御実験をデータのコントロールを通じて行えるので、より正確な推定に寄与したため

※改善されたのはなぜかと聞いているのに「決定係数が上昇した。t 値が上昇した」と昨年 of 過去問の回答をオウム返しのように書いている答案がたくさんあったがゼロ点とした。

### (3) 仮説検定 (10 点)

$H_0$ : 所得の係数=1、 $H_1$ : 所得の係数>1 を検定すればいい。帰無仮説が正しいとすると  $t = (\text{所得の係数} - 1) / \text{sb} \sim t(121) = Z$  に従うはずだが、推定結果から計算される  $t = (1.0306 - 1) / (1.0306 / 20.152) = 0.5983$  は  $Z_{5\%} = 1.645$  より小さいので帰無仮説は棄却できないことから贅沢財とはいえない

※計算ミス、結論の誤りは適宜減点しました

### (4) 回帰分析の妥当性のチェック (10 点)

残差の推定値  $e_i$  から系列相関や分散の不均一性を生じているかを見て特定化エラーの存在を検討する

※問題文の書き方が不十分でした。上記の正解以外にも操作変数法の実施について書いたものも正解としました。また標準誤差の大きさについては問題文に示されている情報から簡単に得られるし、解答としては不十分であるが、5 点与えました。

### (5) 特定化の改善 (5 点)

考慮されていない重要な変数 (代替財や補完財の価格など) を加える、ゼロ次同次性を前提にしないモデルを考えるなど考えられる改善なら正解としました。

※的外れな答案は 0 点としました。

### (6) なぜ需要関数の推定で 2 段階最小 2 乗法が必要なのか (10 点)

右上がりの供給関数が想定される市場では価格と需要関数の残差が相関を持つ可能性が高くなり、通常の最小 2 乗法では推定量が不偏性を満たさなくなるから。

**(7) 2 段階最小 2 乗法の難点 (5 点)**

操作変数  $Z$  は①残差とは相関性がなく ②価格とは相関を持つ 変数である必要がある。この 2 つの条件が満たされない場合は、2 段階最小 2 乗法には通常の最小 2 乗法よりもバイアスが大きくなる恐れがある。

※昨年も出題した問題だったので、正答率は高かったです。