

2009 年度計量経済学概論学期末試験（解答と講評）

*解答は問題順に解答用紙に記しなさい。

1 最小 2 乗法に関する以下の文を読んで設問に答えなさい。(50 点)

説明変数 X_i 、被説明変数 Y_i に関する回帰モデル $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, i=1, \dots, n$ の β に対する最

小 2 乗推定量 $b = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$ は、攪乱項 ε_i に関して① $E(\varepsilon_i) = 0$ ② $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$ ③ $\text{Cov}(\varepsilon_i,$

$\varepsilon_j) = 0$ ④ $\text{Cov}(\varepsilon_i, X_i) = 0$ が成立する時、 $E(b) = \beta$ 、 $\text{Var}(b) = \frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$ の正規分布に従う。

- (1) 仮定② $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$ が成立しない事例を挙げなさい。(10)
- (2) 仮定③ $\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ が成立しない事例を挙げなさい。(10)
- (3) 仮定④ $\text{Cov}(\varepsilon_i, X_i) = 0$ が成立しない事例を挙げなさい。(10)
- (4) 下線部 1 を証明しなさい。(10)
- (5) 下線部 2 を証明しなさい。(10)

(解答)

(1)~(3)適切な事例であれば正解としています(テキスト P-26,27)。事例ではない抽象的なものは大幅減点します。以下は解答例。

- (1)横断面データで消費関数を推定すると所得が高い階層ほど残差の分散は大きくなる
(2)外部性の存在する場合(共同でクリスマスパーティーをするなど)、特定化の誤り(非線形の関係に対して線形の特定化をおこなった場合など)
(3)内生性(消費関数で所得と攪乱項が相関をもつ)、変数誤差(説明変数が誤差を含む事例)、過少特定化(考慮すべき説明変数が欠落している事例)

△(1)説明変数の不足 (2)特定化の誤り (3)市場間の相互依存 抽象的で事例といえない。
5 点減

△(1)(2)(3)「需要関数、消費関数」説明不足。消費関数の何が問題なのか分からない。どのようなデータを用いるかで状況が変わるので。7 点減。

×(1)不均一分散がおこる場合 (2)誤差項間に相関がある場合 (3)説明変数と誤差が相関をもつ場合 どれも式の説明をしているだけで事例を挙げているわけではない

×の答案が多かった。授業に出ていた or テキストを読んでいた人なら簡単にかけるやさしい問題です。また過去問でも出題していました。

(4)略解 $b = \sum w_i Y_i = \sum w_i (\alpha + \beta X_i + \varepsilon_i) = \beta + \sum w_i \varepsilon_i$ なので $E(b) = \beta + \sum w_i E(\varepsilon_i) = \beta$ 正答率高い

(5)略解 $\text{Var}(b) = E[(b - \beta)^2] = E[(\sum w_i \varepsilon_i)^2] = \sum w_i^2 E(\varepsilon_i^2) + 2 \sum \sum w_i w_j E(\varepsilon_i \varepsilon_j)$
仮定②③より与式 $= \sigma^2 \sum w_i^2 = \sigma^2 / \sum (X_i - \bar{X})^2$ $w_i w_j$ が抜けている答案多し

2 ケインズ型消費関数 $C_t = \alpha + \beta Y_t + \varepsilon_t, t$: 時間を示す添字、 C_t :消費、 Y_t :所得 を時系列データを用いて最小 2 乗法で限界消費性向 β を推定するとき (50 点)

- (1)どのような統計的な問題が生じるかを説明しなさい。(10)
- (2)この問題に対する対処としては操作変数法が有効であると考えられるが、操作変数とはどのような変数かを説明しなさい。(10)
- (3)操作変数の候補を具体的に 2 つ挙げなさい。(10)
- (4)操作変数法が(1)の問題を解決するのに有効な方法であることを説明しなさい。(10)
- (5)操作変数法の難点を 2 つ挙げなさい。(10)

(解答)

(1)説明変数 Y と誤差項 ε が相関を持つため、最小 2 乗推定量が不偏性を満たさなくなる

△ Y と ε が相関をもつ (統計的な問題を説明していない) 5 点減

△バイアスが生じる (逆に理由を説明していない) 5 点減

△価格と相関をもつ（価格って何？過去問暗記の弊害） 3点減

(2)説明変数 Y とは相関があるが、誤差項 ε とは相関を持たない変数

(3)政策変数（税率、政府支出など）、自然変数（気温、地震の有無など）、人口変数（高齢者比率、年齢など）、先決変数（前年の所得、前年の消費など） 適切であれば加点しました。

(4)操作変数推定で利用する $dX/dZ = \text{Cov}(X,Z)/\text{Var}(Z)$ や $dY/dZ = \text{Cov}(Y,Z)/\text{Var}(Z)$ はバイアスを持たないので、操作変数推定量 $dY/dX = \text{Cov}(Y,Z)/\text{Cov}(X,Z)$ にはバイアスが生じない。

×操作変数を使うことで Y と ε の関連を薄くできる ?? 点は与えられません

×操作変数を使うことで正確な推定値を得る 説明になっていない。点は与えられません

(5)適切な操作変数を見つけることが難しい。不適切な操作変数を用いて操作変数推定をおこなうと通常の最小2乗法よりむしろバイアスが大きくなってしまう。 片方だけだと5点減

講評

受験者数 359 人（未受験者数 155 人）

平均 38.4 中央値 35 標準偏差 27.1 最低 0 最高 100

今年は履修者数が異常に増えたため、出席やレポートの出題に関して制約ができ、十分な教育的効果を得るための工夫ができず、担当者として非常に残念な年次となった。

試験問題は例年よりテクニカルな問題を減らし、易しくしたうえに、採点においてもかなり甘く採点したが、内容よりも過去問の暗記に努める学生には対応できない問題であったようで、白紙か全く関係のない解答を書いたものが数多く見られた。

成績は A（70～100 点）、B（50～69 点）、C（35～49 点）、D（0～34 点）とした。

D のボーダーをもっと下げられるか、答案を何度も見直したが、34 点以下の答案にはとても単位があげられるようなものがなく、残念ながら D の成績が多数となる結果となった。