

## 合理的期待とマクロ経済理論

一般の解説書では「合理的期待仮説」の意味が曖昧のままに残されているため、そのマクロ経済分析への帰結も不明確である。このノートでは、ミューズの合理的期待仮説の意味を解説し、そのマクロ経済理論への応用例を示す。

### 1 ミューズの合理的期待仮説

#### 1.1 予想と均衡

経済主体の行動が予想に依存すると、均衡もまたその予想に依存する。ミューズの孤立市場の例を用いて、均衡価格の決定を考えよう。需要関数、供給関数が価格、予想価格の線形関数として次のように与えられているとしよう。

$$x^D = a - bp \quad (1)$$

$$x^S = c + dp^e + u, \quad E[u] = 0 \quad (2)$$

ここで  $x^D$  は需要量、 $x^S$  は供給量、 $p$  は価格、 $p^e$  はその予想値、 $u$  は攪乱要因、 $a, b, c, d$  はいずれも正の定数である。生産者は、生産物が市場でどのような価格で売れるかを予想して供給量を決定する。しかし攪乱要因があるため、生産量を完全に統御することは出来ない。一方需要量は、市場価格に依存して定まる。実際の例としては農業生産物を考えてみるとよいであろう。生産者は、秋の市場で定まる価格を予想して春に供給量を決定する。しかし天候等の条件があるため、収穫を完全に統御することは出来ない。需要量は、秋の市場価格によって定まる。

この市場の均衡価格は予想価格に依存して定まる。実際、均衡条件は

$$a - bp = c + dp^e + u \quad (3)$$

これを解くと

$$p^* = \frac{a - c}{b} - \frac{d}{b}p^e - \frac{u}{b}$$

したがって

$$E[p^*] = \frac{a - c}{b} - \frac{d}{b}p^e \quad (4)$$

$p^*$  は均衡価格を表す。(4) は、均衡価格の分布の平均が (a) 予想価格に依存して定まり (b) 予想価格が高いほど低いことを示している。もちろん、意味のある解が存在するためには、 $a > c$  でなければならない。

#### 1.2 合理的期待

期待、または予想が合理的に形成されるとは、予想主体が均衡値の分布の平均を正しく予想することである。すなわち

$$p^e = E[p^*] \quad (5)$$

これは要するに、主体の行動を決める価格と市場で決まる均衡価格とが、平均としては等しいということである。均衡分析といわれる経済分析の方法は、一般に、主体の行動を決める価格と市場で決まる均衡価格とが等しいことを前提としている。ミューズの仮説は、均衡分析のこの見方を、予想形成と市場取引のあいだに時間差があり、均衡の決定に攪乱要因がある場合に拡張したものとみることが出来る。その意味でこの仮説は、均衡分析にとっては当然の前提であるといえる。

ミューズの孤立市場の例については、(3) と (5) から、均衡価格の分布の平均はつぎのように定まることが分かる。

$$E[p^*] = \frac{c - a}{b + d} \quad (6)$$

### 1.3 攪乱要因の確率的特性と価格予測

攪乱要因に系列相関がある場合は、合理的期待仮説から、均衡値の分布の平均を予測する公式が導かれることをミューズは示した。

時間の経過を考慮する場合について、展開を分かりやすくするために、ミューズ に従って需要量、供給量、価格の変数をいずれも合理的期待の均衡値の平均からの乖離を表すものとして模型を書き直しておく。時間を明示すると需要関数、供給関数は

$$x_t^D = -bp_t \quad (7)$$

$$x_t^S = dp_t^e + u_t \quad (8)$$

そして均衡条件、均衡価格はそれぞれつぎのようになる。

$$-bp_t = dp_t^e + u_t \quad (9)$$

$$p_t^* = -\frac{d}{b}p_t^e - \frac{1}{b}u_t \quad (10)$$

また、 $I_t = (u_{t-1}, u_{t-2}, \dots)$  を期間  $t$  までに得られた情報とすると、合理的期待仮説は

$$E[p_t^* | I_t] = p_t^e \quad (11)$$

のように書き表すことが出来る。合理的期待仮説 (11) の下で、孤立市場 (7), (8) の均衡価格はつぎのようになる。

$$E[p_t^* | I_t] = -\frac{1}{b+d}E[u_t | I_t] \quad (12)$$

公式 (12) を用いて均衡価格の予測ができるかどうかは、 $\{u_t\}$  の確率的な特性に依存する。もし  $\{u_t\}$  が系列相関を持たず、したがって  $E[u_t | I_t] = 0$  であるなら、

$$E[p_t^* | I_t] = p_t^e = 0$$

である。この場合、過去の観察値から  $E[p_t^* | I_t] = p_t^e$  の値を予測することはできない。ミューズ (1961) は、 $\{u_t\}$  が移動平均 (MA) 過程

$$u_t = \sum_{i=0}^{\infty} a_i e_{t-i}, \quad \{e_t\} \text{ は白色雑音}$$

であるとき,  $E[p_t^*|I_t] = p_t^e$  が,  $t-1$  期までの  $p$  または  $u$  の観察値の加重和として予測されることを示した. 結果のみを記せば次のとおりである. 過去の攪乱要因の観察値で示すと

$$E[p_t^*|I_t] = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i e_{t-i} \quad \phi_i = -\frac{a_i}{b+d}$$

とくに  $a_t = a_{t-1} = a_{t-2} = \dots = 1$  であるとき,  $E[p_t^*|I_t]$  は過去の価格の観察値を用いてつぎのように示すことができる.

$$E[p_t^*|I_t] = \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i p_{t-i}, \quad \psi_i = \frac{d}{b} \left( \frac{b}{b+d} \right)^i$$

## 2 マクロ経済学への応用

### 1. マクロ経済模型

a. 総需要曲線  $y^D = a - b\pi + u$

b. 総供給曲線  $y^S = \pi - \beta\pi^e + \bar{y} + v$

### 2. 合理的期待仮説の応用

a. 予想価格と均衡価格  $\pi^* = \frac{1}{1+b} [a + \beta\pi^e - \bar{y} + (u - v)]$

b. 合理的期待の均衡

(1) 均衡物価水準  $E[\pi^*] = \frac{a - \bar{y}}{1 - \beta + b}$

(2) 均衡国民所得  $E[y^*] = \frac{(1 - \beta)a + b\bar{y}}{1 - \beta + b}$

### 3. 自然失業率仮説

a. ルーカス型供給関数  $y^S = \pi - \pi^e + \bar{y} + v$

b. 合理的期待の均衡

(1) 均衡物価水準  $E[\pi^*] = \frac{a - \bar{y}}{b}$

(2) 均衡国民所得  $E[y^*] = \bar{y}$

## 参考文献

John F. Muth (1961) "Rational Expectations and the Theory of Price Adjustment." *Econometrica* 29: 315-335.

Robert E. Lucas, Jr. (1987) *Models of Business Cycles*. Oxford: Basil Blackwell.

Hiroshi Yoshikawa (1980) "The Effective Monetary Policy in Two Macro-economic Models with Rational Expectations." *Economic Studies Quarterly* 31: 128-138.

## 資 料

I will assume that expectations are *rational* in John Muth's sense, or that agents *knows* the function  $a(\cdot)$  and  $z(\cdot)$ , and the distribution defined by  $F$  and  $G$  of the state vectors  $s_t$ , and that they take the expectation  $E\{\cdot\}$  correctly.

Lucas (1987), p. 13.

The term 'rational expectations,' as Muth use it, refers to a consistency axiom for economic models, so it can be given precise meaning only in the context of specific models. I think this is why attempts to define rational expectations in a model-free way tend to come out either vacuous ('People do the best they can with the information they have') or silly ('People know the true structure of the world they live in').

Lucas (1987), p. 13, footnote.

Two major conclusions from studies of expectations data are the following:

1. Averages of expectations in an industry are more accurate than naive models and as accurate as elaborate equation systems, although there are considerable cross-sectional differences of opinion.

2. Reported expectations generally underestimate the extent of changes that actually take place.

In order to explain these phenomena, I should like to suggest that expectations, since they are informed predictions of future events, are essentially the same as the predictions of the relevant economic theory. At the risk of confusing this purely descriptive hypothesis with a pronouncement as to what firms ought to do, we call such expectations "rational." It is sometimes argued that the assumption of rationality in economics leads to theories inconsistent with, or inadequate to explain, observed phenomena, especially changes over time (e.g. Simons (1959)). Our hypothesis is based on exactly the opposite point of view: that dynamic economic models do not assume enough rationality.

The hypothesis can be rephrased a little more precisely as follows: that expectations of firms (or more generally, the subjective probability distribution of outcomes) tend to be distributed, for the same information set, about the prediction of the theory (or the "objective" probability distributions of outcomes).

The hypothesis asserts three things: (1) Information is scarce, and the economic system generally does not waste it. (2) The way expectations are formed depends specifically on the structure of the relevant system describing the economy. (3) A "public prediction," in the sense of Grunberg and Modigliani (1954), will have no substantial effect on the operation of the economic system (unless it is based on inside information). This is not quite the same thing as stating that the marginal revenue product of economics is zero, because expectations of a single firm may still be subject to greater error than the theory.

Muth (1961). pp. 316-317.

The prediction of the model is found by replacing the error term by its expected value, conditional on past events. If the errors have no serial correlation and  $E u_t = 0$ , we obtain

$$E p_t = -\frac{\gamma}{\beta} p_t^e$$

Muth (1961) p. 318.

If the prediction of the theory were substantially better than the expectations of the firms, then there would be opportunities for the “insider” to profit from the knowledge — by inventory speculation if possible, by operating a firm, or by selling a price forecasting service to the firms. The profit opportunities would no longer exist if the aggregate expectation of the firms is the same as the prediction of the theory:

$$E p_t = p_t^e$$

Muth (1961) p. 318.

## References

E. Grunburg and F. Modigliani (1954) “The Predictability of Social Events.” *Journal of Political Economy* 62: 465–478.

H. A. Simon (1959) “Theories of Decision-Making in Economics.” *American Economic Review* 49: 223–283.

## 参 考 ミューズの孤立市場模型

$$C_t = -\beta p_t \quad (\text{Demand})$$

$$P_t = \gamma p_t^e + u_t \quad (\text{Supply})$$

$$P_t = C_t \quad (\text{Market equilibrium})$$

$P_t$ : number of units produced in a period lasting as long as the production lag

$C_t$ : amount consumed

$p_t$ : market price in the  $t$ th period

$p_t^e$ : market price expected to prevail during the  $t$ th period on the basis of information available through the  $(t - 1)$ st period

$u_t$ : an error term — representing, say, variations in yields due to weather