合理的期待と政策の時間不整合性

神 谷 傳 造

平成10年5月19日

経済政策の時間不整合性と合理的期待形成との関係を，簡単な例を用いて示す．

1　Muth の合理的期待仮説

1.1　予想と均衡

経済主体の行動が予想に依存すると，均衡もまたその予想に依存する．Muth の孤立市場の例を用いて，均衡価格の決定を考えよう．供給関数，需要関数が予想価格，価格の線形関数として次のように与えられているとしよう．

$$x^S = a + bp^e \tag{1}$$

$$x^D = c - dp \tag{2}$$

ここで x^S は供給量，x^D は需要量，p は価格，p^e はその予想値，a，b，c，d はいずれも正の定数である．この模型では，生産物の供給量は予想価格によって定まり，需要量は市場で定まる価格に依存することになっている．実際の例としては，農業生産物を考えてみるとよいであろう．生産者は，秋の市場で定まる価格を予想して，春に供給量を決定する．需要量は，秋の市場条件によって定まる．

このような簡単な例から，均衡価格が予想価格に依存して定まることが容易に分かる．実際，均衡条件は

$$a + bp^e = c - dp \tag{3}$$

これを解いて，

$$p^* = \frac{c-a}{d} - \frac{b}{d}p^e \tag{4}$$

p^* は均衡価格を表す．(4) は，均衡価格が予想価格に依存して定まり，予想価格が高いほど低いことを示している．もちろん，意味のある解が存在するためには，$a < c$ でなければならない．

1.2　合理的期待

期待，または予想が合理的に形成されるとは，予想主体が均衡値を正しく予想することである．すなわち

$$p^e = p^* \tag{5}$$

上述の孤立市場の例で，予想が合理的に形成されると，均衡価格はつぎのように定まることが容易に分かる．

$$p^* = \frac{c-a}{b+d} \tag{6}$$

Walras 流の均衡分析は，このような合理的期待を前提としているように思われる．主体の行動を規定する価格と市場均衡価格とが等しいからである．

1.3　撹乱要因の確率的特性と価格予測

次節に示す政策の時間不整合性の問題を理解するためには，合理的期待形成について以上のことを考えておけば十分である．ここでは，本稿の本筋には直接関係はないが，Muth によるこの仮説の一層重要な応用にふれる．

はじめに，展開を分かりやすくするために，Muth に従って供給量，需要量，価格の変数を，いずれも合理的期待の均衡値からの乖離を表すものとして，模型を書き直しておく．供給関数，需要関数は

$$x^S = bp^e$$
$$x^D = -dp$$

そして均衡条件，均衡価格，合理的期待の均衡値は，それぞれ次のようになる．

$$bp^e = -dp$$
$$p^* = -\frac{b}{d}p^e$$
$$p^* = 0$$

そこで，模型に撹乱要因を入れ合理的期待の概念を拡張する．再び Muth に従い，供給側のみに撹乱要因を考える．さらに時間を明示すると，供給関数，需要関数は

$$x_t^S = bp_t^e + u_t \tag{7}$$
$$x_t^D = -dp_t \tag{8}$$

均衡条件，均衡価格は，それぞれ次のようになる．

$$bp_t^e + u_t = -dp_t \tag{9}$$
$$p_t^* = -\frac{b}{d}p_t^e - \frac{1}{d}u_t \tag{10}$$

このように，均衡価格は撹乱要因 u_t に依存し，事前には不確定となる．この場合，合理的期待形成とは，均衡値の数学的期待値を正しく予想することと考えるのが自然であろう．数式で表すと

$$p^e = E[p^*] \tag{11}$$

(11) の合理的期待仮説の下で，孤立市場 (7)，(8) の均衡価格は次のようになる．

$$E[p_t^*] = -\frac{1}{b+d}E[u_t] \tag{12}$$

公式 (12) を用いて均衡価格の予測ができるかどうかは，$\{u_t\}$ の確率的な特性に依存する．もし $\{u_t\}$ が系列相関を持たず，かつ $E[u_t] = 0$ であるなら，

$$E[p_t^*] = p_t^e = 0 \tag{13}$$

である．この場合，過去の観察値から $E[p_t^*] = p_t^e$ の値を予測することはできない．Muth (1961) は，$\{u_t\}$ が移動平均（MA）過程

$$u_t = \sum_{i=0}^{\infty} a_i e_{t-i}, \quad \{e_t\}\text{は白色雑音}$$

であるとき， $E[p_t^*] = p_t^e$ が，$t-1$ 期までの p または u の観察値の加重和として予測されることを示した．結果のみを記せば次のとおりである．過去の撹乱要因の観察値で示すと

$$E[p_t^*] = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i e_{t-i} \quad \phi_i = -\frac{a_i}{b+d}$$

過去の価格の観察値で示すと

$$E[p_t^*] = \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i p_{t-i}, \quad \psi_i = \frac{d}{b}\left(\frac{b}{b+d}\right)^i$$

2　政策の時間不整合性 — 物価政策の例

2.1　経済の構造

所与の総供給関数の下で，人々が物価上昇予想を合理的に形成する経済を考えよう．総供給関数は，次式のようなルーカス型であるとする．

$$y - \bar{y} = \pi - \pi^e \tag{14}$$

ここで y は実際の国民所得，$\bar{y}$ は完全雇用水準の国民所得，π は物価上昇率，π^e は予想物価上昇率である．以下に示す例では，政府が，民間の物価上昇予想に対応して，失業とインフレーションの損失を最小にするよう物価を定める．民間の物価上昇予想 π^e に対する政府の反応を $\pi_g(\pi^e)$ とすると，合理的期待仮説は次のように書かれる．

$$\pi^e = \pi_g(\pi^e) \tag{15}$$

2.2　経済の定常均衡

政府が評価する失業とインフレーションの損失は，１期ごとに

$$w\pi^2 + (y - k\bar{y})^2, \qquad w > 0, \quad k > 1 \tag{16}$$

であるものとしよう．ここで w と k は定数である．k が１より大きいということは，政府が，完全雇用水準よりもさらに小さい失業率を目標としていることを意味する．

いま，定常均衡に問題を限定すると，物価上昇率 π で表される政府の政策は，民間の物価上昇予想 π^e の関数として定まることが分かる．実際，政府の目的は (14) の制約の下に (16) を π と y に関して最小化することである．(14) を用いて (16) を書き直すと

$$w\pi^2 + (\pi - \pi^e - (k-1)\bar{y})^2$$

したがって損失関数は，政府が定める物価上昇率 π と民間の物価上昇予想 π^e のみの関数となり，政府の最適化問題は次のようになる．

$$\min_{\pi}[w\pi^2 + (\pi - \pi^e - (k-1)\bar{y})^2], \quad \pi^e\text{は所与} \tag{17}$$

そこで最適条件　$w\pi + (\pi - \pi^e - (k-1)\bar{y}) = 0$ を解いて，π^e に対する政府の最適政策を求めると

$$\pi_g(\pi^e) = \frac{\pi^e + (k-1)\bar{y}}{1+w} \tag{18}$$

これを政府の**反応関数**と呼ぶ．

以上の考察から，定常均衡解を容易に求められる．経済の均衡条件は，政府の反応関数 (18) および民間物価上昇予想の合理性から，

$$\pi = \frac{\pi^e + (k-1)\bar{y}}{1+w} \tag{19}$$

$$\pi = \pi^e \tag{20}$$

これを解いて均衡値を計算すると次のようになる．

1. 物価上昇率　$\pi = \dfrac{(k-1)\bar{y}}{w}$
2. 国民所得　　$y = \bar{y}$

そして損失関数の最小値は　$v = \dfrac{1+w}{w}(k-1)^2\bar{y}^2$ である．

2.3　長期最適政策堅持の可能性

政府が，長期にわたって物価上昇率を 0 に固定するという政策を発表したとする．つまり，民間の物価上昇予想がどのようであるかに関わらず，$\pi = 0$ とする政策である．式で書けば，

$$\pi_g(\pi^e) = 0 \tag{21}$$

のようになる．このような政策の下では，合理的期待により民間の物価上昇予想は 0 になる．このとき，定常均衡値は

1. 物価上昇率　$\pi = 0$
2. 国民所得　　$y = \bar{y}$

そして損失関数の最小値は　$v = (k-1)^2\bar{y}^2$ となる．これは，結果として得られる損失関数の最小値が小さいから，はじめに損失関数を最小化しようとして定められた政策 (17) の下での均衡よりも，政策目標をよく達成している均衡である．

しかし，このような長期最適政策は維持され難い．なぜなら，民間の物価上昇予想を 0 に誘導できたとすると，政府の問題は

$$\min_{\pi}[w\pi^2 + (\pi - (k-1)\bar{y})^2] \tag{22}$$

となり，最適な政策は

$$\pi_g = \frac{k-1}{1+w}\bar{y}$$

となるからである．均衡値は

1. 物価上昇率　$\pi = \dfrac{k-1}{1+w}\bar{y}$
2. 国民所得　　$y = \left(1 + \dfrac{k-1}{w}\right)\bar{y}$

損失関数の最小値は　$v = \dfrac{w}{1+w}(k-1)^2\bar{y}^2$ となる．この値は，物価上昇率を 0 に維持する政策 (21) の下で達成される最小値よりもさらに小さい．若干の物価上昇を許容しても，国民所得を目標値 $k\bar{y}$ に一層近づけることによって，損失関数の値をさらに小さくすることができる．その意味で，物価上昇率を 0 に維持するという政策 (21) は時間不整合である．

問題は，この解では，合理的期待の制約が満たされていないことである．つまり，民間の物価上昇予想が 0 であるのに対して，実現した物価上昇率は正である．この政策は，政府が民間の予想を裏切るという条件の下でのみ実現する．したがって，合理的期待の前提の下では，このような均衡は永続しない．平易にいえば，政府が民間の物価上昇予想を 0 に誘導した後に，物価上昇率を 0 に保たないならば，民間は，物価上昇を起こさないとの政策目標を信用しなくなる．

時間不整合の問題は，民間の期待形成が合理的であるときに，政府がその制約を無視することから起こる．政府が合理的期待の制約を考慮するならば，時間不整合の問題は起こらない．そのとき，物価上昇率を 0 に維持する政策 (21) が最適政策となる．

参考文献

Lectures. Chapter 11.

N. Gregory Mankiw (1992) *Macroeconomics*. New York: Worth Publisher. Chapter 12.

Robert E. Lucas (1987) *Models of Business Cycles*. Oxford: Basil Blackwell.

Robert E. Lucas, Jr. (1976) "Econometric Policy Evaluation: A Critique." *Carnegie Rochester Conference on Public Policy* 1: 19–46. Reprinted in *Studies in Business Cycle Theory*, by Robert E. Lucas. Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

Finn E. Kydland and Edward C. Prescott (1977) "Rules rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans." *Journal of Political Economy* 85: 473–492.

Milton Friedman (1968) "The Role of Monetary Policy." *American Economic Review* 58: 1–17.

John F. Muth (1961) "Rational Expectations and the Theory of Price Movements." *Econometrica* 29: 315–335.