

割引計算に関するノート

このノートでは、割引計算、割引因子、割引率の意味を説明する。割引計算が必要なわけは、異なる時点の財サービス、貨幣は等質、等量であっても異なる価値をもつからである。

同様のことが効用についても考えられる。

1 市場価値の割引

1. 市場価値すなわち価格は、貨幣を単位として表した財サービスの価値である。いい換えれば、財サービスと貨幣との交換比率である。
2. 異なる時点の貨幣は互いに異なる価値をもっている。これは、同種の財またはサービスでも、異なる時点では異なる価値をもつと同様である。要するに、異なる時点の貨幣、異なる時点の財サービスは、同種のものであっても異なる取引対象であると考えるのがよい。
3. 異なる時点の貨幣は異なる価値をもつのであるから、価格は、どの時点の貨幣を単位として表すかによって異なる値となる。
4. 割引計算とは、任意の時点の貨幣を単位として表した価格を、予め定めた一つの時点の貨幣を単位として表した価格に換算することである。
5. 財サービスの価格は、通常、それが受け渡される時点の貨幣を単位として表される。以下、とくに断らない限り「価格」ということばをこの意味で用いる。
6. いま、1年後の貨幣1単位の価値を現在の貨幣を単位として表した値を α とする。そのとき、1年後に受け渡されるある財の価格を p' 、現在の貨幣を単位として表した価格を p とすると

$$p = \alpha p'$$

である。 p を p' の 割引現在価値 present discounted value, α を割引因子 factor of discount, discount factor という。割引因子は、1年後の価格を現在の貨幣を単位として表した値に換算するための換算比率である。

7. r を、将来価格 p' がその割引現在価値 p を超える割合、すなわち

$$r = \frac{p' - p}{p}$$

とする．このように定義される r を割引率 rate of discount, discount rate という．簡単な計算から

$$r = \frac{1 - \alpha}{\alpha}, \quad \alpha = \frac{1}{1 + r}$$

であることが分かる．

8. 一般に t 年後の価格の割引現在価値を計算するには, t 年後から 1 年ずつ現在に戻って, 順次に 1 年ごとの割引計算を繰り返せばよい. t 年後の価格を p' とし, 現在から t 年後までの 1 年ごとの割引率を r_1, r_2, \dots, r_t とすると, その割引現在価値 p は

$$p = \frac{p'}{(1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_t)}$$

あるいは

$$p = \alpha_t p', \quad \alpha_t = \frac{1}{(1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_t)}$$

のように表される. α_t は t 年後の価格の現在価値を計算するための割引因子である.

9. 市場では, 割引率は貨幣の貸借に関わる利子率として自然に観察される. 貨幣の貸借は, 異なる時点の貨幣の交換にほかならないからである. たとえば, いま, 1 年後に元利合計 M' の返済を受けるという約束で M だけの貨幣を貸付たとする. これは現在の貨幣 M と 1 年後の貨幣 M' の交換である.

10. 現在の貨幣 M と 1 年後の貨幣 M' が交換されるということは, 1 年後の貨幣 M' の割引現在価値が M に等しいということである. この関係を等式で表せばつぎのようになる.

$$M = \alpha M'$$

11. 一方利子率は利子の元金に対する割合であるから, それを i とすれば

$$i = \frac{M' - M}{M}$$

である. したがって

$$i = \frac{1 - \alpha}{\alpha}, \quad \alpha = \frac{1}{1 + i}$$

となり, 利子率が割引率となることが分かる.

2 効用の心理的割引

1. 消費者の効用についても財サービス, 貨幣と同様のことが考えられる. 異なる時点で得られる同じ大きさの効用は, 予め定めた一時点で評価すると, その大きさはそれぞれに異なるということである.

2. 1年後の効用 1 単位を現時点で評価した大きさを β とする．そのとき，一般に 1 年後の効用 u' と同等の現在の効用を u とするとつぎの関係が成り立つ．

$$u = \beta u'$$

このような β を心理的割引因子 psychological factor of discount, psychological discount factor という．心理的割引因子は，将来時点の効用の大きさを現時点の効用の大きさに換算する換算比率である．

3. 市場価格についてと同じように，1年後の効用 u' が，それに相当する現在の効用 u を超える割合を，効用の心理的割引率 psychological rate of discount, psychological discount rate という．それを ρ で示せばつぎのようになる．

$$\rho = \frac{u' - u}{u}$$

市場価格についてと同じように，簡単な計算から，つぎの関係が成り立つことが分かる．

$$\rho = \frac{1 - \beta}{\beta}, \quad \beta = \frac{1}{1 + \rho}$$

4. 一般に t 年後の効用に相当する現在の効用の大きさを計算するには，市場価格の割引計算と同様， t 年後から 1 年ずつ現在に戻って，順次に 1 年ごとの割引計算を繰り返せばよい． t 年後の効用を u' とし，現在から t 年後までの 1 年ごとの心理的割引率を $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_t$ とすると， u' に相当する現在の効用 u は

$$u = \frac{u'}{(1 + \rho_1)(1 + \rho_2) \cdots (1 + \rho_t)}$$

あるいは

$$u = \beta_t u', \quad \beta_t = \frac{1}{(1 + \rho_1)(1 + \rho_2) \cdots (1 + \rho_t)}$$

のように表される． β_t は t 年後の効用をそれに相当する現在の効用に換算するための心理的割引因子である．